ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 FÉVRIER 1934.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BOREL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. M. **Delépine** dépose sur le bureau de l'Académie, pour les Archives, un *cahier de notes de laboratoire* ayant appartenu à **Marcelin Berthelot**. L'intérêt de ce cahier, c'est qu'il se rapporte à une période peu connue de l'activité de Berthelot, celle où il dirigeait et contrôlait les fabrications chimiques de la Maison Menier, à Noisiel. Cette période s'étend du 26 octobre 1860 au 23 mai 1863, d'après les inscriptions portées par Berthelot même sur son cahier.

M. le sénateur Gaston Menier a fait reproduire d'une façon parfaite ces pages de Berthelot dans une plaquette qu'il a offerte à la Bibliothèque de l'Institut.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des systèmes d'équations aux dérivées partielles à deux variables réductibles à un système linéaire de Laplace.* Note [1] de M. **Jules Drach.**

J'ai donné [2] et plus récemment, à l'Académie [3] de nombreux exemples d'équations aux dérivées partielles de tous les ordres, à une fonction inconnue de *deux* variables indépendantes, que l'on peut intégrer par la résolution d'un système d'équations de Laplace et des quadratures de différentielles totales, en introduisant *explicitement* les *caractéristiques*

---

(1) Séance du 29 janvier 1934.

(2) *Proceedings of the Int. Math. Congress., Toronto*, 1, 1924, p. 473-510.

(3) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1337, et 196, 1933, p. 310.

d'Ampère du problème. On trouvera ici un exemple beaucoup plus général dont l'étude éclairera la théorie des applications déjà faites; il n'y intervient comme toujours que des fonctions arbitraires de deux arguments.

1. Il s'agit du système d'équations

$$(\Sigma) \qquad \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} + \zeta_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} = 0 \qquad (i = 1, \ldots, n),$$

où les ζ_i sont des fonctions *données* de $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$, système qui conduit pour φ_i, dépendant de x et y, à une équation d'ordre n. Je veux d'abord *déterminer les cas où le système correspondant aux différentielles totales*, à $(n+2)$ variables $x, y, \varphi_1, \ldots, \varphi_n$,

$$(\mathrm{S}) \qquad dy - \zeta_i\, dx = \Gamma_i\, d\varphi_i \qquad (i = 1, \ldots, n),$$

est tel qu'*on peut trouver des* Γ_i, *dépendant des* φ_i, *de manière que* (S) *admette n combinaisons intégrables.*

Ceci entraîne entre les Γ_i et les ζ_i les relations

$$(1) \qquad -\frac{\partial \zeta_i}{\partial \varphi_i} + \sum_j \frac{1}{\Gamma_j}\left[-\Gamma_i \frac{\partial \zeta_i}{\partial \varphi_j} + (\zeta_i - \zeta_j)\frac{\partial \Gamma_i}{\partial \varphi_j}\right] = 0 \qquad (i = 1, \ldots, n),$$

que nous remplaçons par

$$(2) \qquad \frac{\partial \Gamma_i}{\partial \varphi_j} = \Gamma_i \alpha_{ij} + \Gamma_j \omega_{ij} \qquad (j \neq i = 1, \ldots, n),$$

où l'on a $\partial \zeta_i / \partial \varphi_j = (\zeta_i - \zeta_j)\alpha_{ij}$, et par

$$(3) \qquad \frac{\partial \zeta_i}{\partial \varphi_i} = \sum_j (\zeta_i - \zeta_j)\,\omega_{ij} \qquad (i = 1, \ldots, n).$$

Nous cherchons maintenant si l'on peut choisir les α_{ij} et ω_{ij} de façon que le *système linéaire* (2) *soit complètement intégrable*. On trouve ainsi d'une part : $\alpha_{ij} = (-1/a_i)\,\partial a_i/\partial \varphi_j$, les a_i étant n fonctions nouvelles et, d'autre part, en posant $a_i \omega_{ik} = a_k \gamma_{ik}$, que les fonctions γ_{ik} satisfont aux relations classiques

$$(4) \qquad \frac{\partial \gamma_{ik}}{\partial \varphi_l} = \gamma_{il}\gamma_{lk} \qquad (i \neq k \neq l = 1, \ldots, n),$$

que G. Darboux a rencontrées dans l'étude des *systèmes conjugués de l'espace euclidien* E_n, *à n dimensions* [1].

---

[1] G. Darboux, *Leçons sur les systèmes orthogonaux*, etc., 1910, Livre III, Chap. II et III.

Les équations en ζ_i et a_i font de même apparaître un autre système conjugué, où les éléments β_{ik}, homologues des γ_{ik}, sont donnés par

$$\frac{\partial a_i}{\partial \varphi_k} = a_k \beta_{ik} \qquad (i \neq k = 1, \ldots, n), \tag{5}$$

les fonctions ζ_i permettant de former deux systèmes *parallèles* à l'aide des relations

$$\frac{\partial u'}{\partial \varphi_i} = \zeta_i \frac{\partial u}{\partial \varphi_i} \qquad (i = 1, \ldots, n), \tag{6}$$

qui donnent en u un système complètement intégrable. A toute solution $U_i (i = 1, \ldots, n)$ du système

$$\frac{\partial U_i}{\partial \varphi_k} = U_k \beta_{ki} \qquad (i \neq k = 1, \ldots, n) \tag{7}$$

on fait correspondre une fonction u donnée par $\partial U / \partial \varphi_i = a_i U_i$; la fonction u' étant définie par $\partial u' / \partial \varphi_i = a_i \zeta_i U_i$, on est conduit à poser $a_i \zeta_i = a'_i$ et les a'_i *sont alors une nouvelle solution de* (5).

Ces expressions des ζ_i, portées dans les relations qui les lient aux a_i et aux γ_{ik}, donnent pour les a_i des équations que l'on peut écrire

$$\frac{\partial a_i}{\partial \varphi_i} + \sum_j a_j \gamma_{ij} = \lambda_i a_i \qquad (i = 1, \ldots, n) \tag{8}$$

et qui sont aussi vérifiées par les a'_i, avec les mêmes valeurs des λ_i, inconnus.

Les équations (5) et (8) donnent les a_i (et les a'_i) à partir des β_{ik}, γ_{ik}, λ_i; si l'on veut que ces a_i dépendent de n constantes arbitraires, on trouvera que les λ_i sont donnés *sans intégration*, d'une manière unique, au moyen des γ_{ik}, β_{ik}. Ces dernières fonctions devront satisfaire à des *conditions de possibilité*, où l'on reconnaît que *les* β_{ik} *et* γ_{ik} *peuvent définir deux systèmes conjugués supplémentaires*, au sens adopté par G. Darboux (*loc. cit.*). *Cette condition est suffisante.*

2. Le problème posé admet donc la solution suivante :

On part d'un système de β_{ik} vérifiant les équations (4) et l'on détermine une solution $\sigma_i (i = 1, \ldots, n)$ du système (7) et n solutions *linéairement indépendantes* ξ_i^j du système *associé*

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial \varphi_k} = \xi_k \beta_{ik},$$

d'où l'on déduit n fonctions x_j par leurs dérivées $\partial x_j / \partial \varphi_k = \sigma_k \xi_k^j$.

Les fonctions $y_1, \ldots, y_n$, définies par

$$(9) \qquad y_1 \frac{\partial x_1}{\partial \varphi_k} + \ldots + y_n \frac{\partial x_n}{\partial \varphi_k} = \frac{\partial \theta}{\partial \varphi_k} \qquad (k = 1, \ldots, n),$$

où θ est une solution quelconque du système de Laplace, vérifié par les x_i, sont les coordonnées cartésiennes du *système supplémentaire* des x_i; elles donneront les γ_{ik}. On peut aussi observer que l'on a $\partial\theta / \partial\varphi_k = \sigma_k \xi_k^0$, les $\xi_k^0 (k = 1, \ldots, n)$ étant une nouvelle solution des équations aux ξ_i, poser $\partial y_i / \partial \varphi_k = \tau_k \eta_k^i$ et calculer les η_k^i par les conditions d'*orthogonalité* classiques

$$\sum_i \eta_k^i \xi_l^i = \varepsilon_{kl},$$

puis en déduire les γ_{ik}.

Les γ_{ik} étant connus à partir des β_{ik}, on connaît aussi les λ_i.

Les a_i sont la solution générale du système linéaire (5), (8); elle dépend de n constantes; les a'_i sont *cette même solution avec d'autres constantes*.

Le système initial (Σ), *où* $a_i \zeta_i = a'_i$, *est donc déterminé*. Pour obtenir les Γ_i, on observe qu'en posant $a_i \Gamma_i = b_i$, on trouve que les b_i sont une solution du *système linéaire*,

$$(10) \qquad \frac{\partial b_i}{\partial \varphi_k} = b_k \gamma_{ik},$$

dont la solution générale dépend de *n fonctions arbitraires d'un des arguments* φ_i. L'intégration de (10) donne donc les Γ_i.

3. Il reste à former, après fixation des Γ_i, les combinaisons intégrables de (S) qui s'écrit, à nouveau,

$$(\mathrm{S}) \qquad a_i\, dy - a'_i\, dx - b_i\, d\varphi_i = 0 \qquad (i = 1, \ldots, n).$$

Si les μ_i sont les *multiplicateurs*, pour lesquels

$$\Sigma \mu_i (a_i\, dy - a'_i\, dx - b_i\, d\varphi_i) = d\Omega_i,$$

il est possible de les choisir de manière que l'on ait

$$\Sigma \mu_i a_i = c, \qquad \Sigma \mu_i a'_i = c',$$

c et c' étant deux constantes; il suffit pour cela d'avoir

$$(11) \qquad \frac{\partial \mu_i}{\partial \varphi_k} = \mu_k \gamma_{ki},$$

système associé à (10) et

$$\frac{\partial \mu_k}{\partial \varphi_k} + \Sigma \mu_i \beta_{ki} = - \mu_k \lambda_k, \tag{12}$$

à rapprocher de (5) et (8).

La solution générale de ce système *linéaire* en μ_i dépend de n constantes, qui donnent autant d'intégrales de (S). Leur forme est

$$\Omega_i = c_i y - c'_i x + \Phi_i(\varphi_1, \ldots, \varphi_n),$$

et l'on observera que *les* μ_i *ne dépendent pas des* b_i; la raison en est manifeste.

En résumé, nous avons formé un système (Σ) qui comporte autant d'arbitraires que le *couple de systèmes conjugués supplémentaires le plus général*, et nous avons ramené son intégration à celle du système linéaire (10), de (11) et (12) *et à des quadratures.*

Rappelons ici que nous avons établi autrefois que le système conjugué le plus général de E_n ne dépend que de $n(n-1)/2$ fonctions arbitraires de *deux* arguments.

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *La toxicité de l'aluminium selon la voie d'entrée.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **P. Serbescu.**

Nous avons établi antérieurement que l'aluminium n'était pas plus nocif que le fer, qu'il était, en tout cas, beaucoup moins toxique que d'autres métaux, tels que le cuivre et le nickel, utilisés comme lui dans la fabrication des ustensiles de cuisine [1].

Nos expériences avaient été effectuées sur des lapins et sur des cobayes en injectant les solutions métalliques sous la peau, dans des conditions aussi favorables que possible à la précision des mesures. Comme les activités toxiques sont très différentes suivant les modes d'introduction des substances expérimentées et que nous cherchions surtout à résoudre un problème touchant à l'hygiène alimentaire, nous avons essayé d'établir par

---

(1) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 128.

de nouvelles expériences ce que devenait la toxicité de l'aluminium quand on l'administrait par la bouche.

Dans nos premières expériences, l'aluminium, injecté à l'état de sulfate et à la concentration de 1^g par litre, amenait, à la dose de 100^{mg} par kilogramme de poids vif, la mort du lapin en 7 à 10 heures [1]. Nous ajouterons que la durée de survie après l'administration de l'aluminium augmente rapidement lorsqu'on diminue la proportion du métal injecté. Avec la dose minima d'aluminium que nous avons reconnue mortelle, c'est-à-dire 10^{mg} par kilogramme, l'animal succombe seulement après 276 à 288 heures.

Dans les nouvelles expériences, nous avons introduit l'aluminium directement dans l'estomac des lapins à l'aide d'une sonde œsophagienne. Le métal était dissous à raison de 10^g par litre sous forme de sulfate cristallisé. La dose mise en expérience était mesurée et poussée dans la sonde à l'aide d'une seringue en verre graduée. Pour assurer la pénétration totale du sel aluminique dans l'estomac, on poussait ensuite un volume d'eau distillée égal à deux fois celui de la solution.

Comme on pouvait s'y attendre, l'aluminium s'est montré moins toxique quand il a été introduit dans l'estomac que lorsqu'il a été injecté sous la peau. Nous avons évalué cette différence par deux séries d'expériences comprenant chacune cinq animaux et nous avons obtenu les résultats suivants, en ne donnant que ceux des séries les plus étroitement comparables :

---

[1] En injection intrapéritonéale, la mort était plus rapide ; nous avons observé, en effet, pour une injection de 100^{mg} d'aluminium par kilogramme à l'état de sulfate cristallisé :

Poids des lapins.	Durées des survies individuelles.	Durées des survies moyenne.
g	h m	
340	3.40	
395	4.00	
345	4.05	4^{h}44^m
365	5.10	
320	5.25	

TABLEAU I.

Quantité d'Al par kilogr. d'animal.	Poids des animaux.	Durées des survies individuelles.	Durées des survies moyennes.
A. — *Injection sous-cutanée.*			
100^{mg}	1820^{g}	$7^{h}.05^{m}$	$8^{h}.09^{m}$
»	1830	6.30	
»	2150	7.53	
»	2100	8.45	
»	1950	10.35	
125	1850^{g}	3.05	6.12
»	2450	4.30	
»	1950	5.15	
»	2000	7.22	
»	2100	10.10	
150	2100^{mg}	5.18	4.31
»	2200	3.30	
»	2250	2.47	
»	1920	5.30	
»	1800	5.30	
B. — *Administration* per os.			
400	1980^{g}	6.10	7.07
»	1260	6.15	
»	2300	4.05	
»	1840	9.05	
»	1840	10.00	

Il apparaît dans ces expériences que la toxicité de l'aluminium est près de quatre fois moins grande lorsque le métal est introduit dans l'estomac que lorsqu'il pénètre dans la circulation par la voie hypodermique.

En opérant avec des doses plus réduites d'aluminium, voisines de la dose léthale minima, nous avons encore obtenu des intoxications mortelles par introduction dans l'estomac de 50^{mg} de métal par kilogramme de poids vif, mais seulement chez quatre lapins sur cinq.

TABLEAU II.

Quantité d'Al par kilogramme d'animal.	Poids des animaux.	Durée des survies.
mg 50	g 1820	33 jours
»	1950	44 »
»	1750	49 »
»	2300	47 »
»	2250	encore vivant après 5 mois

Avec la dose de 25^{mg}, trois animaux ont succombé après 38, 45 et 50 jours, mais d'une affection pulmonaire; les deux autres ont pu être conservés bien portants pendant plusieurs mois, comme celui de la série précédente.

Enfin, nous n'avons jamais observé d'accident avec la dose de 20^{mg} d'aluminium par kilogramme d'animal.

Ces résultats corroborent la conclusion à laquelle nous étions arrivés à la suite de nos premières expériences touchant la faible nocivité de l'aluminium introduit dans les substances alimentaires au cours de leur préparation normale.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la décomposition d'un noyau en noyaux canoniques*. Note de M. **J. Haag**.

1. Je me propose, dans cette Note, d'indiquer une méthode *directe* de décomposition du noyau d'une équation de Fredholm en noyaux canoniques, sans utiliser, en aucune manière, la théorie des substitutions linéaires.

Je m'appuierai sur le théorème suivant [1] :

Soit l'équation de Fredholm

$$f(x)=\lambda\int_a^b K(x,s)f(s)\,ds+F(x),$$

dont le noyau est de la forme

$$K(x,y)=K_1(x,y)+tK_2(x,y).$$

---

[1] Ce théorème est un cas particulier d'un théorème plus général, qui vient de m'être signalé par M. Georges Giraud et qui est actuellement sous presse.

Considérons l'équation auxiliaire

$$g(x) = \lambda \int_a^b K_1(x, s) g(s)\, ds + G(x). \tag{1}$$

Soient $K'(x, y)$ *et* $F_1(x)$ *les solutions de cette équation quand on remplace* $G(x)$ *par* $K_2(x, y)$ *ou par* $F(x)$. *La fonction* $f(x)$ *satisfait à l'équation*

$$f(x) = \mu \int_a^b K'(x, s) f(s)\, ds + F_1(x), \qquad \lambda = \mu t.$$

Si $\Gamma_1(x, y; \lambda)$ *et* $\Gamma'(x, y; \mu)$ *sont les noyaux résolvants de* K_1 *et* K', *le noyau résolvant de* K *est*

$$\Gamma = \Gamma_1(x, y; \lambda) + t\Gamma'(x, y; \mu) + \mu \int_a^b \Gamma'(x, s; \mu)\Gamma_1(s, y; \lambda)\, ds.$$

2. Considérons maintenant le cas particulier où le noyau K est de la forme

$$K(x, y) = XY + K_1(x, y),$$

X et Y désignant respectivement une fonction de x et une fonction de y. Soit X' la solution de (1) pour $G(x) = X$ et soit Y' la solution de l'équation associée, où l'on remplace G par Y. Posons [1]

$$C = 1 - \lambda(XY') = 1 - \lambda(X'Y).$$

Le noyau résolvant de $K(x, y)$ *est*

$$\Gamma(x, y; \lambda) = \frac{X'Y'}{C} + \Gamma_1(x, y; \lambda).$$

3. Cela posé, *partons d'un noyau quelconque*, dont la résolvante admet le pôle $\lambda = c$. Soit X_1 une de ses fondamentales. Choisissons arbitrairement une fonction Y_1 de y, assujettie à la seule condition

$$c(X_1 Y_1) = 1.$$

Considérons la fonction Z_1, déterminée par l'équation

$$Z_1(y) = \lambda \int_a^b K(s, y) Z_1(s)\, ds + \left(1 - \frac{\lambda}{c}\right) Y_1(y).$$

---

(1) Suivant une notation connue, je pose, d'une manière générale,

$$(XY) = \int_a^b X(s) Y(s)\, ds.$$

Si l'on appelle $\Gamma_1(x, y; \lambda)$ et $D_1(\lambda)$ la résolvante et la déterminante du noyau $K_1 = K - X_1 Y_1$, la résolvante et la déterminante de K sont données par les formules

$$\Gamma = \frac{X_1 Z_1}{1 - \frac{\lambda}{c}} + \Gamma_1, \qquad D(\lambda) = \left(1 - \frac{\lambda}{c}\right) D_1(\lambda).$$

De plus, on a [1]

$$c(X_1 Z_1) = 1; \qquad K_1(X_1) = 0.$$

De la deuxième de ces relations, il résulte que X_1 *ne peut plus être fondamentale de* K_1.

En opérant sur K_1 comme sur K et répétant l'opération un nombre de fois égal à l'ordre de multiplicité m de c dans $D(\lambda)$, on aboutit à

$$(2) \qquad K(x, y) = \sum_{i=1}^{m} X_i Y_i + K_m(x, y);$$

$$(3) \qquad \Gamma(x, y; \lambda) = \frac{\Sigma X_i Z_i}{1 - \frac{\lambda}{c}} + \Gamma_m(x, y; \lambda).$$

On a extrait la partie principale du noyau résolvant; mais, en général, elle n'est pas décomposée en noyaux canoniques.

4. Pour obtenir cette décomposition, il suffit de choisir convenablement les fonctions successives X_i, Y_i.

Partons d'une fonction quelconque $g(y)$, que nous appellerons *fonction génératrice* et considérons l'équation

$$(4) \qquad (1 + \mu) G(y) = \mu c \int_a^b K(s, y) G(s) \, ds + g(y); \qquad \mu = \frac{\lambda}{c - \lambda}.$$

Si n est l'ordre de multiplicité du pôle c pour $\Gamma(x, y; \lambda)$, on a [2]

$$(5) \qquad G(y) = Y_n \mu^{n-1} + Y_{n-1} \mu^{n-2} + \ldots + Y_2 \mu + Y_1 + \frac{Y_0}{\mu} + \frac{Y_{-1}}{\mu^2} + \ldots.$$

---

(1) Suivant une autre notation connue, je pose

$$K(X) = \int_a^b K(x, s) X(s) \, ds.$$

(2) Je suppose que $g(y)$ n'est pas orthogonale au coefficient $A(x, y)$ de $1/(\lambda - c)^n$ dans Γ. Il suffit, par exemple, de prendre $g(y) = A(y, y_0)$, y_0 désignant une valeur numérique quelconque.

Appelons *génératrice canonique* la fonction $Y_1(y)$. La fonction G correspondante se réduit à la partie entière de (5).

En partant d'une fonction génératrice $f(x)$, on obtient, de même, un développement de la forme

$$X_1\mu^{n-1}+X_2\mu^{n-2}+\ldots+X_{n-1}\mu+X_n+\frac{X_{n+1}}{\mu}+\frac{X_{n+2}}{\mu^2}+\ldots$$

et nous appellerons encore *génératrice canonique* la fonction X_n.

5. Appliquons successivement la méthode du n° 3 aux fonctions (X_1, Y_1); (X_2, Y_2); ...; (X_n, Y_n). *Nous obtenons un noyau canonique.* En outre, le noyau résiduel K_n n'admet plus les fondamentales X_1 et Y_n.

En opérant de la même manière sur K_n et ainsi de suite, on perd chaque fois deux fondamentales. Si le nombre des fondamentales est égal à $2r$, au bout de r opérations, on a extrait r noyaux canoniques et perdu toutes les fondamentales. Le dernier noyau résiduel n'a plus de fondamentales; donc, sa résolvante n'admet plus c comme pôle; *la décomposition est terminée.*

ASTRONOMIE. — *Sur le pouvoir séparateur pour deux composantes égales.* Note (¹) de M. **Louis Roy.**

Appelons pouvoir séparateur *réel* pour deux composantes égales la distance angulaire P de ces composantes, pour laquelle les deux taches centrales de diffraction n'ont qu'un seul point commun; P est ainsi une fonction de l'ouverture D et de la magnitude commune m des composantes. Par analogie avec l'expression $142'' : D$ du rayon du premier anneau noir (D en millimètres), qu'on peut appeler le pouvoir séparateur *théorique*, on a coutume de l'écrire

$$P=\frac{a}{D}, \tag{1}$$

a étant une fonction de m, D, bien improprement appelée *constante de séparation*, qui, d'après Dawes, serait égale à 115,8 pour $m=6$ et $D=25^{mm},4$. L'observation de Foucault sur γ_2 Andromedæ, pour $D=330^{mm}$, est trop imprécise pour pouvoir en faire état.

Le but de la présente Note est de montrer que la connaissance de la fonc-

---

(¹) Séance du 15 janvier 1934.

tion

$$y_0 = g(m, \mathrm{D}), \tag{2}$$

qui résulte, comme nous l'avons vu ([1]), de la surface des diamètres apparents, permet la détermination effective de la fonction a.

On a, en effet, $\alpha = \mathrm{P}$, quand m et D ont des valeurs telles que la tache centrale résultante se présente sous la forme d'un huit ou, à la limite, sous la forme d'un trait; ce qui exige que le solide résultant S présente un col O′ ou, à la limite, ait pour sommet un segment de droite ($x \geqq 3$) et que la courbe du minimum d'éclairement perceptible passe par O′ ou soit constituée par ce segment. On a alors, d'après la formule (2) de notre précédente Note,

$$x = 0{,}02716\,\mathrm{PD}, \tag{3}$$

P étant exprimé en secondes et D en millimètres. Si l'on admet, d'autre part, que l'éclairement en chaque point de la tache centrale soit assimilable à celui de deux étoiles qui occuperaient les deux points d'éclairement maximum et qui auraient pour magnitude commune la magnitude apparente

$$\mathrm{M} = m - 2{,}5 \log \mathrm{Y}_0 \tag{4}$$

de chaque composante, on doit avoir en même temps d'après (2)

$$\frac{\mathrm{Y}'_0}{\mathrm{Y}_0} = g(\mathrm{M}, \mathrm{D}). \tag{5}$$

Le calcul effectif de P se fait dès lors comme il suit : on se donne M et D, d'où l'on déduit $\mathrm{Y}'_0/\mathrm{Y}_0$ d'après (5), puis Y_0 et x d'après les tables des fonctions $\mathrm{Y}'_0/\mathrm{Y}_0$ et Y_0 de x; on a ensuite P d'après (3), puis m d'après (4).

La séparation n'est donc possible que pour $x \geqq 3$. Or, quand x tend vers 3 par valeurs décroissantes, la limite de P est, d'après (3), 110″,5 : D. Comme, en même temps, $\mathrm{Y}'_0/\mathrm{Y}_0$ tend vers 1, la limite correspondante de M est la magnitude limite relative à l'ouverture D.

Ainsi la limite inférieure du *nombre a* de Dawes est 110″,5 et cette valeur s'applique au couple qui *cesse* d'être accessible à l'ouverture D.

Voici maintenant les autres résultats auxquels ou parvient : à ouverture constante, a, et par suite P, est une fonction constamment décroissante

---

([1]) Voir *Comptes rendus*, **198**, 1934. p. 304 et 416.

de m. La décroissance est d'abord assez rapide pour l'être ensuite beaucoup moins, dès que m est devenu de l'ordre de la moitié de la magnitude limite relative à l'ouverture considérée. A magnitude constante et D croissant à partir de l'ouverture limite correspondante, a commence par croître, à partir de la valeur $110'',5$ commune à toutes les magnitudes, passe par un maximum pour décroître lentement ensuite. L'amplitude de cette variation décroît et l'abscisse du maximum croît à mesure que m augmente. Comme Y'_0/Y_0 est une fonction décroissante de x, par suite de a, il en résulte que, pour chaque valeur de M, le maximum de a a lieu pour la même valeur de D que le minimum de y_0. En particulier, le maximum maximorum de a, pour $M \geqq 0$, qui est $234'',5$ pour $M = 0$, a lieu pour la même valeur $D = 165^{mm}$ que le minimum minimorum de y_0.

Pour $M = 6$ et $D = 25^{mm},4$, d'où $m = 6,06$, on trouve d'autre part $a = 116'',7$, valeur qui n'excède que de 1 pour 100 celle que Dawes avait trouvée empiriquement.

En définitive, la *constante de séparation* a est susceptible de varier du simple au double suivant les valeurs de m et de D considérées.

Enfin, nous avons vu que les centres lumineux de la tache centrale résultante, dont la *distance* est x', sont plus rapprochés que les composantes réelles pour $x < 3,85$, c'est-à-dire lorsque la distance de celles-ci est inférieure au pouvoir séparateur théorique. On est ainsi conduit à la notion de pouvoir séparateur *apparent* P' défini, d'après (3), par l'égalité

$$x' = 0,02716\,P'D,$$

de sorte que P/P' décroît de 3 à 1, quand x croît de 3 à 3,85; pour $x \geqq 3,85$, on a $P = P'$.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur l'orage du 1er juin 1933 à Hanoï (Tonkin).* Note de M. **E. Mathias**.

1. On doit à M. Marcel Beauchier, des observations d'une rare précision qu'on peut résumer comme suit.

Après une journée très chaude (33° dans les appartements), l'orage qui tenait le *nord* et l'*est* du delta pointait sur la ville. Il était environ $20^h 50^m$ lorsque M. et Mme Beauchier longeaient le boulevard Carreau à Hanoï. Arrivés à la hauteur de l'*École des Arts appliqués*, où les arbres laissent voir

une large étendue de ciel, ils ont aperçu, dans les nuages avancés sur la ville, des éclairs que, de leur vie, ils n'avaient jamais observés. Ces éclairs avaient une forme *très régulièrement ondulée, sans aucune ramification.*

M. Beauchier évalue à 3^{km} la distance séparant à vol d'oiseau le point d'observation de la verticale menée par le *point du nuage* d'où sortaient les éclairs *ondulés*. Il a pu effectuer cette évaluation grâce à des souvenirs de promenades antérieures et en faisant des mesures sur une carte de la ville d'Hanoï. Il avait également remarqué que la longueur apparente du parcours des éclairs *ondulés horizontaux* était sensiblement égale à celle qui séparait les nuages du sol, évaluée à 1500^{m} environ.

Il y avait, dans l'orage, deux types d'éclairs entièrement différents :

a. Des éclairs *ondulés* visibles sur le front de l'orage, les uns *horizontaux*, de beaucoup les plus nombreux. On en vit aussi cinq ou six, également *ondulés*, se diriger *de bas en haut*, en direction perpendiculaire aux premiers. Enfin trois ou quatre autres, également *ondulés*, paraissaient se fermer presque sur eux-mêmes.

b. Des éclairs *fulgurants* ordinaires dont on n'apercevait que la lueur, plus éloignés dans le reste de l'orage, le rideau d'arbres masquant les décharges.

2. Il y avait, entre ces deux catégories d'éclairs, une opposition saisissante de particularités qu'on va s'efforcer de mettre en évidence.

Couleur. — Les éclairs *ondulés* étaient d'un *blanc jaunâtre, légèrement rougeâtre parfois*, apparaissant un à un ; ils n'éclairaient pas le nuage d'où ils partaient et pas du tout le ciel.

Les éclairs *fulgurants* habituels étaient d'un *blanc éblouissant* éclairant vivement le ciel et les nuages, permettant de voir l'étendue de l'orage et sa position.

Bruit. — Les éclairs *ondulés* étaient pratiquement silencieux. Aucun bruit de tonnerre ne les accompagnait.

Au contraire, les éclairs *fulgurants* étaient accompagnés du bruit habituel, qui parvenait aux oreilles des observateurs 15 à 20 secondes après la lueur; le gros de l'orage devait donc être situé entre 5 et 7^{km} du point d'observation.

Fréquence. — Au début de l'observation, les éclairs *ondulés* étaient assez fréquents; entre deux éclairs consécutifs il s'écoulait à peine 10 à 20 secondes. M. Beauchier a pu en compter plus d'une vingtaine en moins de 10 minutes. *Ils sont ensuite devenus de plus en plus espacés.* A $21^{h}05^{m}$, ils avaient presque complètement cessé.

Au contraire, la fréquence des éclairs *fulgurants* était approximativement égale à 1 par seconde; *elle est restée sensiblement la même pendant toute la durée de l'observation* ($20^h 50^m$ à $21^h 05^m$). Il y en avait encore à $22^h 10^m$, mais ils étaient alors beaucoup moins fréquents et le grondement beaucoup plus faible. L'orage s'était éloigné.

Durée des éclairs ondulés horizontaux. — La durée de ces éclairs, dont la direction était ESE-WNW, a été, de la part de M. et Mme Beauchier, l'objet de remarques conduisant aux conclusions suivantes :

Soit un tel éclair sur sa trajectoire ondulée *supposée commune à tous les autres*, comme aussi le *point de départ* D (*Est*) et le *point d'arrivée* A (*Ouest*). Sa durée comprend nécessairement : une *période d'établissement* θ commençant en D, finissant en A; une *période de stabilité* t entre D et A; une *période de disparition* θ' commençant en D, finissant en A.

Le temps θ était plus long au début qu'à la fin; dans les cinq premières minutes, on avait : $0^{sec},4 < \theta < 0^{sec},6$; en moyenne $\theta_{début} = 0^{sec},5$.

Vers la fin, on n'avait plus guère que $\theta = 0^{sec},3$. Cela tient à ce que *les ions semés le long de la trajectoire commune la rendaient de plus en plus conductrice.*

La *période de disparition* θ' comporte les mêmes remarques que θ et les mêmes valeurs numériques.

La *période de stabilité* t a paru varier entre 2,5 et 3 secondes. A plusieurs reprises, pendant les cinq premières minutes où l'observation fut extrêmement attentive, les éclairs *ondulés horizontaux*, lors de leur disparition en A, *ont laissé sur la trajectoire ondulée une poussière lumineuse.* Cette clarté fugitive brillait au maximum en A et s'atténuait jusqu'à disparaître complètement quelque part dans la direction de D. Cette poussière lumineuse montrait l'extinction progressive des particules de la *matière fulminante* de l'éclair *ondulé*; cette *survivance* durait de 0,5 à 0,7 seconde, soit $\tau = 0,6$ seconde en moyenne.

La durée $t + \theta + \tau$, constante en tous les points d'un même éclair *ondulé horizontal*, mesure la *vie* de la matière fulminante, légèrement plus longue au début qu'à la fin de l'observation.

La durée $t + 2\theta + \tau$, pour un certain éclair *ondulé horizontal*, donne la différence entre son apparition en D et sa disparition totale en A; elle mesure donc la durée de l'éclair sur sa trajectoire, laquelle est extrêmement voisine de 4 secondes.

3. *Remarques.* — Les éclairs *ondulés* qui « paraissent se fermer presque sur eux-mêmes » s'interprètent comme des éclairs *ondulés* partant toujours

sensiblement du même point D de l'espace, *mais se dirigeant vers le Nord en décrivant une spire d'hélice presque complète* (tracée sur un cylindre circulaire droit d'axe *nord-sud*), *le mouvement de l'éclair, à cheval sur son hélice, se faisant en sens inverse du mouvement des aiguilles d'une montre.*

Pour les éclairs *ondulés en hélice* comme pour les éclairs *ondulés verticaux*, l'altitude du point A d'arrivée est plus grande que celle du point de départ D, ce qui vérifie qu'en s'éloignant vers le *Nord* (côté des montagnes) l'altitude avait notablement augmenté.

Les détails de cette étude, avec les développements et les dessins qu'elle comporte, paraîtront dans une autre publication.

NOMINATIONS.

MM. **A. Lacroix** et **É. Picard** sont désignés pour faire partie du Comité d'honneur sous le patronage duquel un monument sera élevé à *Émile Roux* à Confolens, sa ville natale.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Une Carte au 1/500 000e *du Moyen-Ogooué à l'Océan*, dressée par A. Meunier. (Présentée par M. G. Perrier.)

ALGÈBRE. — *Sur le module maximum des zéros d'un polynome.* Note (1) de M. J. Dieudonné.

1. Considérons un polynome

$$P(x) = 1 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_p x^p + a_{p+1} x^{p+1} + \ldots + a_n x^n, \tag{1}$$

dans lequel on fixe le degré n et les p coefficients $a_1, a_2, \ldots, a_p$ ($a_p \neq 0$),

(1) Séance du 29 janvier 1934.

les $n-p$ autres coefficients étant arbitraires. On sait alors ([1]) que l'équation $P(x)=0$ a toujours p racines de modules inférieurs à une limite, fonction de $a_1, a_2, \ldots, a_p, n$, et qui croît indéfiniment comme n lorsqu'on laisse fixes $a_1, a_2, \ldots, a_p$ et qu'on fait croître n indéfiniment. J'ai montré d'autre part dans ma Thèse ([2]) qu'il existe toujours un zéro de module inférieur à une limite analogue, qui, en général, croît avec n comme $n^{\frac{1}{p}}$ (l'exposant de n pouvant être supérieur à $1/p$ lorsque $a_1, a_2, \ldots, a_p$ vérifient certaines relations).

2. Je me propose d'indiquer une méthode qui permet de retrouver ces deux résultats, et *donne*, *de plus*, *des limites analogues pour les modules de* 2, 3, ..., $(p-1)$ racines de $P(x)=0$.

On peut écrire au voisinage de $x=0$:

$$\text{(2)}\qquad \frac{P'(x)}{P(x)}=\frac{a_1+2a_2x+\ldots+na_nx^{n-1}}{1+a_1x+\ldots+a_nx^n}=A_0+A_1x+\ldots+A_{p-1}x^{p-1}+\ldots,$$

$A_0, A_1, \ldots, A_{p-1}$ *ne dépendant que de* $a_1, a_2, \ldots, a_p$. Supposons que $P(x)$ ait $n-q+1$ zéros $(q\leq p)$ de modules supérieurs ou égaux à r; soient $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{q-1}$ les $q-1$ zéros restants. Posons

$$\sigma_k=\alpha_1^{-k}+\alpha_2^{-k}+\ldots+\alpha_{q-1}^{-k}\qquad (k=1, 2, \ldots)$$

et

$$\text{(3)}\qquad P(x)=(x-\alpha_1)\ldots(x-\alpha_{q-1})\,Q(x).$$

Si l'on pose

$$\text{(4)}\qquad \frac{Q'(x)}{Q(x)}=\frac{B_0}{r}+\frac{B_1}{r^2}x+\ldots+\frac{B_m}{r^{m+1}}x^m+\ldots,$$

il est clair, d'après les hypothèses faites sur les zéros de $Q(x)$, que l'on a

$$\text{(5)}\qquad |B_m|\leq n-q+1\qquad (m=0, 1, 2, \ldots).$$

De (2), (3) et (4), on tire

$$\text{(6)}\qquad \sigma_k=\frac{B_{k-1}}{r^k}-A_{k-1}\qquad (k=1, 2, \ldots, p).$$

Or, on a

$$\text{(7)}\qquad \sigma_q=f_1(\sigma_1, \ldots, \sigma_{q-1}),\quad \sigma_{q+1}=f_2(\sigma_1, \ldots, \sigma_{q-1}),\quad \ldots,\quad \sigma_p=f_{p-q+1}(\sigma_1, \ldots, \sigma_{q-1})$$

([1]) Voir par exemple E. Van Vleck, *Bull. Soc. math. Fr.*, 53, 1925, p. 115.
([2]) *Ann. Éc. Norm. sup.*, 48, 1931, p. 273-279.

$f_1, f_2, \ldots, f_{p-q+1}$ étant des polynomes en $\sigma_1, \ldots, \sigma_{q-1}$ à coefficients numériques ne dépendant que de p et q. Si entre ces $p-q+1$ équations, on élimine $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_{p-q}$, on obtient une relation algébrique

$$(8) \qquad F(\sigma_p, \sigma_{p-1}, \ldots, \sigma_{p-q+1}) = 0$$

qui est évidement *isobare*; si k est son poids, un raisonnement de récurrence sur q montre sans difficulté que k est divisible par $p-q+1$, et que F contient un terme en $\sigma_{p-q+1}^{\frac{k}{p-q+1}}$. Cela étant, si, dans (8), on porte les valeurs des σ tirées de (6) et qu'on chasse les dénominateurs, on obtient une équation algébrique de degré k en r, le coefficient de r^k étant

$$F(-A_{p-1}, -A_{p-2}, \ldots, -A_{p-q}).$$

Supposons que cette quantité ne soit pas nulle; comme, d'après (5), le coefficient de $r^h (h < k)$ dans l'équation est au plus d'ordre $n^{\frac{k-h}{p-q+1}}$, on voit que *r est au plus d'ordre* $n^{\frac{1}{p-q+1}}$.

Si $F(-A_{p-1}, -A_{p-2}, \ldots, -A_{p-q}) = 0$, il faut considérer, au lieu de (8), les équations obtenues en éliminant $\sigma_1, \ldots \sigma_{p-q-1}$ entre les équations (7), et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on arrive à une équation où le coefficient de la plus haute puissance de r soit indépendant des B_i. Si σ_l est le σ d'indice minimum dans la première équation de ce type qu'on rencontre, on en déduit que *r est au plus d'ordre* $n^{\frac{1}{l}}$.

3. Les considérations précédentes, appliquées au cas $q=1$, redonnent les résultats de ma Thèse; appliquées au cas $q=p$, elles donnent le théorème de M. Van Vleck, car on a alors

$$F(-A_{p-1}, -A_{p-2}, \ldots, -A_0) = (-1)^p p\, a_p \neq 0.$$

De plus, on voit sans peine que tous les ordres de croissance obtenus sont *les meilleurs possibles :* il suffit de prendre pour $n-q+1$ un multiple de p, et pour $Q(x)$ un polynome de la forme $[R(x)]^{\frac{n-q+1}{p}}$, $R(x)$ étant un polynome de degré p convenablement choisi.

4. La méthode précédente s'étend aussi au cas, considéré par M. Van Vleck, où l'on se donne $a_1, a_2, \ldots a_{p-1}, a_{p+m} (\neq 0)$ et $n (m > 1$ et quelconque); les résultats obtenus sont analogues.

Elle permet aussi de tenir compte de la présence d'une *lacune* de k termes suivant le terme $a_p x^p$ dans $P(x)$: *la borne supérieure du module de q racines est alors, en général, au plus d'ordre* $n^{\frac{1}{p+k-q+1}}$.

ALGÈBRE. — *Sur le problème des deux classes d'un groupe fini*. Note de M. **Serge Tchounikhin**, présentée par M. Hadamard.

La nature arithmétique des ordres des classes d'éléments conjugués d'un groupe fini simple est peu étudiée. Le résultat classique dans ce domaine est le théorème bien connu de M. Burnside ([1]). En 1930, j'ai démontré le théorème suivant sur trois classes du groupe fini : Si les ordres de trois classes sont premiers entre eux, le groupe ne peut pas être simple ([2]). Le présent article est la suite de la recherche citée. Ces deux travaux sont complètement indépendants de la théorie des caractères.

Je dis que deux classes du groupe sont *isolées l'une de l'autre*, si leurs ordres sont premiers entre eux et si le groupe ne contient pas de classe dont l'ordre ait des diviseurs communs avec l'ordre de chacune des deux classes données. Supposons que les classes α (d'ordre h) et β (d'ordre h_1) du groupe $\mathfrak{G}$ sont isolées. Soient A un élément de la classe α et B un élément de la classe β. Supposons que A a pour normalisateur dans $\mathfrak{G}$ le sous-groupe $\mathfrak{V}$ d'ordre $\mathfrak{w}$, soit de même $\mathfrak{V}_1$ d'ordre $\mathfrak{w}_1$ le normalisateur de l'élément B. Alors, d'après le lemme II, $\mathfrak{G} = \mathfrak{V}\mathfrak{V}_1$. Nous avons évidemment $g = \mathfrak{w}\mathfrak{w}_1/d$, où d est l'ordre du plus grand sous-groupe commun des groupes $\mathfrak{V}$ et $\mathfrak{V}_1$, et g l'ordre du groupe $\mathfrak{G}$. Si $d > 1$, on démontre sans peine, d'après le lemme I, que le groupe $\mathfrak{G}$ n'est pas simple. Dans le cas où $d = 1$ et où $\mathfrak{G}$ est simple, je démontre que les ordres des classes du groupe $\mathfrak{G}$ différents de l'unité ne peuvent être que h ou h_1. Je prouve encore que $\mathfrak{V}$ contient au moins un élément de chaque classe d'ordre h du groupe $\mathfrak{G}$ (et que $\mathfrak{V}_1$ contient au moins un élément de chaque classe d'ordre h_1).

Désignons par $\mathfrak{v}^*$ (ou $\mathfrak{v}_1^*$) le nombre d'éléments de $\mathfrak{V}$ (ou de $\mathfrak{V}_1$), qui appartiennent aux deux classes différentes du groupe $\mathfrak{G}$.

D'après ces conditions nous avons

$$(1) \qquad \mathfrak{v}^* h + \mathfrak{v}_1^* h_1 + 1 = h h_1 \quad \text{ou} \quad \frac{\mathfrak{v}^*}{h_1} + \frac{\mathfrak{v}_1^*}{h} + \frac{1}{h h_1} = 1.$$

([1]) Le groupe simple ne contient pas de classe d'ordre p^m (*Theory of groups of finite order*, Cambridge, 1911, p. 322).

([2]) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 397. Dans ce qui suit, je cite les lemmes I et II de cette Note.

En supposant que l'ordre de $\mathfrak{G}$ est impair, j'établis les inégalités suivantes :

$$(2) \qquad \begin{cases} \mathfrak{v}^* \leqq \dfrac{\mathfrak{v}}{3} + \dfrac{2c_1}{3} - 1, \\ \mathfrak{v}_1^* \leqq \dfrac{\mathfrak{v}}{5} + \dfrac{4c'_1}{5} - 1, \end{cases}$$

où c_1 et c'_1 sont les ordres des sous-groupes centraux de $\mathfrak{V}$ et $\mathfrak{V}_1$ respectivement.

En utilisant les inégalités (2), il viendra, en vertu de (1),

$$(3) \qquad \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{3\dfrac{h_1}{c_1}} + \frac{4}{5\dfrac{h}{c'_1}} + \frac{1}{hh_1} - \frac{1}{h_1} - \frac{1}{h} \geqq 1.$$

$\mathfrak{V}$ et $\mathfrak{V}_1$ ne sont pas des groupes abéliens, quand $\mathfrak{G}$ est simple et, par conséquent, $c_1 < h_1$, $c'_1 < h_1$. Nous avons d'ailleurs $h_1/c_1 \leqq 3$, $h/c'_1 \leqq 5$ et $1/hh_1 < 1/15$. La valeur maximum du premier membre de (3) ne surpasse pas, d'après ces conditions,

$$\frac{221}{225} - \frac{1}{h_1} - \frac{1}{h},$$

alors (3) est impossible et nous obtenons le théorème suivant :

Théorème. — *Si deux classes d'un groupe d'ordre impair sont mutuellement isolées, le groupe ne peut pas être simple.*

Le but suivant de ces recherches serait la démonstration (sans application de la théorie des caractères) du théorème sur deux classes avec ordres premiers entre eux [1], qui sera une généralisation essentielle du théorème célèbre de M. Burnside.

GÉOMÉTRIE. — *Tétraèdres inscrits dans une cubique gauche et circonscrits à une développable de classe 3 ou à une quadrique.* Note de M. **Bertrand Gambier.**

1. Étant données une cubique gauche Γ et une quadrique Q *arbitraires*, il existe un tétraèdre et un *seul* inscrit dans Γ, circonscrit à Q. On peut, par homographie de l'espace, réduire Γ à la cubique $(t, t^2, t^3, 1)$. Il suffit

(1) Ce problème est proposé par M. Dietzmann.

d'exprimer que le cône S qui a pour directrice Γ et pour sommet le point A(t) de Γ admet avec le cône S_1 de même sommet, circonscrit à Q, *un* (et par suite ∞^1) trièdre inscrit dans S, circonscrit à S_1. L'équation obtenue est de *degré* 4 (et non de degré 10, comme l'ont indiqué certains auteurs); A, B, C, D étant les quatre points ainsi trouvés, *le tétraèdre* ABCD *est le tétraèdre cherché*. En effet, par AB menons les deux plans tangents à Q, donc tangents à S_1^A et S_1^B; ils recoupent Γ en C' et D'; en vertu de la définition de A, le plan AC'D' est tangent à S_1^A, donc à Q; de même pour B et le plan BC'D' : cela justifie l'assertion et prouve que C' et D' coïncident avec C et D. L'ensemble Γ, Q, ABCD dépend de 21 paramètres : on peut le voir en partant de Γ et Q ($12+9=21$) ou partant de ABCD, puis de Γ et Q ($12+4+5=21$).

2. Partons au contraire d'une cubique Γ, de deux tétraèdres ABCD, A'B'C'D', choisis arbitrairement, inscrits dans Γ; il est *possible* de trouver des quadriques Q tangentes aux huit faces de ces tétraèdres; *l'équation obtenue par la méthode précédente pour un tel couple* Γ, Q *se réduit donc à une identité;* répétant notre raisonnement pour deux points *arbitraires* M_1, M_2 de Γ et les plans tangents à Q issus de M_1M_2, nous voyons que *s'il existe deux tétraèdres inscrits dans une cubique* Γ, *circonscrits à une quadrique* Q, *il en existe* ∞^2. Comptons le nombre de paramètres nécessaires pour obtenir un tel couple Γ, Q; partons de Γ (12), puis successivement des deux tétraèdres ABCD, A'B'C'D' ($4+4$); toute quadrique tangente aux quatre faces de ABCD, puis aux trois faces A'C'D', A'D'B', A'B'C' donne une équation de degré 4 ayant cinq racines (A, B, C, D, A'), donc *identique;* une telle quadrique Q est tangente aussi à B'C'D'; Q *dépend donc de deux paramètres;* on a trouvé un total de 22 paramètres irréductibles indépendants pour déterminer Γ, Q et *les deux tétraèdres :* ce total 22 est égal au nombre inconnu x relatif à Γ, Q *seules*, plus le nombre de paramètres, 2, nécessaire pour individualiser ABCD dans la multiplicité ∞^2 relative à Γ, Q, plus le même nombre 2 relatif à A'B'C'D'; finalement Γ, Q dépendent de 18 paramètres au total; *il suffit donc de trois relations convenables entre les coefficients de* Γ *et* Q *pour annuler les cinq coefficients de l'équation signalée plus haut.*

Pour les cônes S, S_1, si S_1 dégénère en deux droites, la condition de Poncelet signifie que l'une de ces deux droites appartient à S. Ici, plaçons-nous en l'un des points M communs à Γ et Q : l'une des génératrices de Q issues de M appartient à S : autrement dit, *les six points d'intersection de* Γ *et* Q *appartiennent, par couples de* 2, *à trois génératrices* (*de même système*)

de Q; notre décompte suffit à prouver que cette relation *nécessaire* est *suffisante:* je dois cette interprétation à M. Rowe; ce dernier a donné aussi une démonstration géométrique directe et élégante d'une proposition que Fontené avait déjà donnée, par le calcul, sans en tirer toutes les conséquences : *si deux quadriques* Q, Q′ *se coupent suivant* 4 *droites, il existe* ∞^5 *tétraèdres inscrits dans l'une et circonscrits à l'autre, au lieu de* ∞^4 *seulement* (*Nouvelles Annales*, 3e série, 18, 1899, p. 67). Appliquons cette remarque au couple Γ, Q et aux trois génératrices G′, G″, G‴; soient Q′, Q″, Q‴ les quadriques contenant Γ puis les couples (G″, G‴), (G‴, G′), (G′, G″) ; un plan tangent quelconque de Q coupe Γ en trois points A, B, C qui appartiennent simultanément à Q′, Q″, Q‴; les nouveaux plans tangents à Q menés par BC, CA, AB se recoupent en un point D situé d'après la proposition citée, nécessairement sur Q′, Q″, Q‴, donc encore sur Γ.

3. Duporcq avait déjà traité la question des tétraèdres inscrits dans une cubique Γ, circonscrits à une quadrique Q (*Nouvelles Annales*, 4e série, 2, 1902, p. 166); mais il n'avait pas remarqué qu'il suffit de *deux* tétraèdres pour être conduit aux ∞^2 tétraèdres; il donne l'énoncé (exact) : *trois tétraèdres inscrits à une même cubique gauche* Γ *sont circonscrits à une même quadrique* Q, *et il existe alors* ∞^2 *tétraèdres de cette espèce.*

Le plus bel hommage à rendre à un géomètre aussi ingénieux que Duporcq consiste à reprendre son raisonnement terme pour terme : l'équation $\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 = 0$ représente une série ∞^1 de tétraèdres inscrits dans Γ et dont les faces enveloppent une développable de classe 3, car par tout point de C, il passe trois de ces faces, d'où résulte la proposition.

Si nous considérons deux de ces tétraèdres, les 4 faces du premier et une face du second déterminent ∞^2 développables de degré 3; si A, B, C sont les points où cette face du second coupe Γ, un plan *arbitraire* mené par BC, CA, ou AB permet d'extraire de la série ∞^2 de développables en jeu, 3 séries ∞^1 de développables Δ ayant avec Γ, chacune, ∞^1 tétraèdres de l'espèce en jeu; les développables $\overline{\Delta}$, obtenues en déduisant de la série ∞^2 les 3 séries ∞^1 en question, n'ont chacune avec Γ qu'*un* tétraèdre de l'espèce en jeu (un couple Γ, $\overline{\Delta}$ dépend de $12 + 4 + 2 + 2 = 20$ paramètres).

A priori, une cubique Γ, une développable Δ de degré 3 font intervenir un total de 24 paramètres; un tétraèdre inconnu ABCD astreint à être inscrit dans Γ, circonscrit à Δ fait intervenir 4 inconnues, liées par 8 équations, en général, incompatibles; moyennant *quatre conditions*, on obtient *un* tétraèdre (Γ, Δ dépendant de 20 paramètres). Moyennant *six conditions*,

on obtient ∞^1 tétraèdres : Γ, T_1 et T_2 font intervenir $12+4+4=20$ paramètres, nombre égal au nombre strictement nécessaire à Γ et Δ, augmenté du paramètre nécessaire pour individualiser T_1 dans la série ∞^1, et de même du paramètre propre à T_2. Or, en analysant les 6 valeurs du paramètre $\lambda_1 : \lambda_2$ pour lesquelles l'équation $\lambda_1 f_1(t) + \lambda_2 f_2(t) = 0$ a une racine double, les 6 conditions en jeu reçoivent l'interprétation suivante : *pour l'existence de ∞^1 tétraèdres, il est nécessaire et suffisant que les* 12 *points d'intersection de* Γ *avec la surface* Δ *soient répartis, par couples de* 2, *sur* 6 *génératrices de* Δ; par dualité ceci équivaut à : *les* 12 *plans simultanément tangents à* Γ *et* Δ *sont répartis en* 6 *couples de* 2 *plans se croisant suivant une tangente de* Γ.

4. Je signale que la remarque de M. Rowe démontre que, *si* 2 *quadriques* Q', Q'' *coupent chacune une quadrique* Q *suivant* 4 *droites, il existe* ∞^1 *tétraèdres circonscrits à* Q, *inscrits dans la biquadratique* (Q', Q'').

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Application de la théorie des fonctions moyenne-périodiques à la résolution de certaines équations intégrales.* Note de M. J. **Delsarte**, présentée par M. Villat.

Nous reprenons ici les notations employées dans une précédente Note [1]. Les fonctions moyenne-périodiques se présentent naturellement lorsqu'on étudie les équations intégrales linéaires de la forme

$$\delta_M[f] = \int_{D_m} K(M, P) f(P)\, d\omega_P = \varphi(M).$$

Il est clair en effet qu'une solution d'une telle équation est déterminée à une fonction moyenne-périodique près (fonction moyenne-périodique relativement au noyau K et au domaine D_0). Ces équations se présentent dans certaines questions de Mécanique et de Physique concernant les équations aux dérivées partielles de type hyperbolique; on peut même dire plus généralement que toute mesure physique propose l'intégration d'une équation de ce type.

La théorie qui va suivre rappelant celle des équations aux différences finies, nous proposons d'attacher à ces équations le nom de Fredholm-

(1) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 330.

Nörlund. Nous nous bornerons au cas d'une variable, l'extension au cas général présentant d'assez grosses difficultés.

Nous nous proposons donc de résoudre

$$(1) \qquad \delta_x[f(\xi)] = \int_0^a K(\xi) f(x+\xi)\, d\xi = \varphi(x);$$

1° Supposons que la fonction entière $\delta_0[e^{\lambda\xi}] = A(\lambda)$ ne s'annule pas pour $\lambda = 0$. Nous définirons alors des polynomes bernoulliens $B_n(x)$ de degré marqué par leur indice, vérifiant les conditions

$$\frac{dB_n}{dx} = B_{n-1}, \qquad \delta_0[B_0] = 1, \qquad \delta_0[B_n] = 0 \quad (n > 0),$$

et des nombres bernoulliens B_n, tels que l'on ait

$$B_n(x) = \sum_{p=0}^{n} B_p \frac{x^{n-p}}{(n-p)!}.$$

La fonction caractérisque des polynomes bernoulliens est

$$\Phi(x \mid \lambda) = \frac{e^{\lambda x}}{A(\lambda)} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n(x) \lambda^n,$$

et ces polynomes ont la propriété essentielle

$$\delta_x[B_n(\xi)] = \frac{x^n}{n!}.$$

2° On démontre ensuite la formule sommatoire générale suivante, qui généralise largement la formule sommatoire d'Euler-Mac Laurin, et qui est valable pour toute fonction possédant des dérivées jusqu'à l'ordre $n+1$,

$$f(x+X) = \sum_{p=0}^{n} B_p(x)\, \delta_X\left[\frac{d^p f}{d\xi^p}\right] - \delta_X\left[\int_0^{\xi-x-X} B_n(x+\eta) f^{(n+1)}(\xi-\eta)\, d\eta\right].$$

3° Désignons toujours par $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_n$ les zéros de la fonction $A(\lambda)$. Les polynomes bernoulliens admettent, dans l'intervalle $(0, a)$, le développement uniformément convergent en exponentielles moyenne-périodiques :

$$B_n(x) = -\sum_{p=1}^{\infty} \frac{e^{\lambda_p x}}{(\lambda_p)^{n+1} A'(\lambda_p)}$$

(n est supposé > 0). Nous appellerons fonction bernoullienne d'ordre n

une fonction moyenne-périodique égale à $B_n(x)$ dans l'intervalle $(0, a)$, limites exclues. La série précédente, quand elle converge pour toute valeur finie de x, définit ces fonctions $\overline{B}_n(x)$. Il en sera ainsi, en particulier, dans les deux cas suivants :

a. quand les racines λ_p sont toutes purement imaginaires, sauf un nombre fini d'entre-elles;

b. quand le noyau $K(\xi)$, naturellement supposé différent de zéro aux extrémités de l'intervalle $(0, a)$, est dérivable.

4° Supposons maintenant que les fonctions bernoulliennes d'indices positifs existent. On montre alors qu'une solution particulière de l'équation de Fredholm-Nörlund

$$\delta_x[f(\xi)] = \varphi(x)$$

est donnée par la formule

$$f(x) = \sum_{p=0}^{n} B_p \frac{d^p \varphi}{dx^p} - \int_0^{+\infty} \overline{B}_n(\xi)\, \varphi^{(n+1)}(x-\xi)\, d\xi,$$

qui aura un sens pourvu que :

a. la fonction φ ait des dérivées jusqu'à l'ordre $n+1$;

b. l'intégrale

$$\int_0^{+\infty} \overline{B}_n(\xi)\, \varphi^{(n+1)}(x-\xi)\, d\xi$$

converge uniformément dans tout intervalle fini de valeurs de x.

Cette solution, quand elle existera, sera appelée solution principale de l'équation. La solution générale s'en déduira par addition d'une fonction moyenne périodique relativement au noyau K et à l'intervalle $(0, a)$.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Inégalités concernant les mouvements de révolution d'un fluide visqueux.* Note de M. **J. Avanessoff**, présentée par M. Henri Villat.

1. Pour établir diverses propriétés concernant le mouvement plan d'un liquide visqueux, M. J. Pérès [1] a tiré parti de la considération d'intégrales du type

$$J = \iint \varphi(\zeta)\, d\sigma, \tag{1}$$

[1] *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 898.

ζ étant le tourbillon et φ une fonction largement arbitraire de ζ. En suivant ses indications j'étends les résultats en question au cas d'un mouvement de révolution.

Oz étant l'axe de révolution il suffira de se placer dans un demi-plan passant par Oz et où l'on prend pour variables : r distance à l'axe, et z ; s et w étant les composantes correspondantes de la vitesse, le tourbillon se réduit à sa composante normale au plan

$$\zeta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial s}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r}\right). \tag{2}$$

Dans le cas du fluide *non visqueux* incompressible on sait que $r\,d\sigma$ et ζ/r sont invariants quand on suit le mouvement d'une particule. Il est donc naturel de remplacer l'intégrale (1) par

$$\mathrm{I} = \iint \varphi\left(\frac{\zeta}{r}\right) r\,d\sigma. \tag{3}$$

étendue à tout ou partie du demi-plan $r > 0$.

2. Supposons d'abord que le liquide remplisse tout l'espace et que son mouvement n'y présente pas de singularité dans l'intervalle de temps considéré. En particulier s, W, $(\zeta/r)'_r$, $(\zeta/r)'_z$, $\Delta(\zeta/r)$ sont bornés et continus dans toute région du demi-plan $r \geqq 0$, ζ/r étant d'ailleurs nul aux points de l'axe Oz. Cette dernière condition est conséquence immédiate de la continuité, aux points de Oz, des dérivées du tourbillon par rapport aux variables cartésiennes x, y, z. Introduisons une hypothèse (analogue à celle dans le cas plan) : ζ/r tend uniformément vers zéro quand on s'éloigne à l'infini et est donc borné en module, quel que soit t, par une fonction $E(1/R)$ (R, distance à l'origine) nulle avec $1/R$.

L'intégrale (3), étendue au demi-plan, a alors un sens si φ tend vers zéro assez vite avec ζ/r ; la dérivée $d\mathrm{I}/dt$ se calcule aisément en remarquant que la relation

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{\mu}{\rho}\Delta\zeta$$

est remplacée ici par

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\zeta}{r}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\zeta}{r}\right) + s\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\zeta}{r}\right) + w\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\zeta}{r}\right) = \frac{\mu}{\rho}\Delta\left(\frac{\zeta}{\rho}\right) + 3\frac{\mu}{\rho}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\zeta}{r}\right), \tag{5}$$

et des transformations analogues à celles de la Note de M. J. Pérès (obtenues en étendant d'abord les intégrales à un demi-cercle limité par Oz et

de rayon R) conduisent à

$$(7) \qquad \frac{\rho}{\mu}\frac{dI}{dt} = -\iint r\varphi''\left\{\overline{\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\zeta}{r}\right)}^2 + \overline{\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\zeta}{r}\right)}^2\right\}d\sigma.$$

On peut alors reprendre le raisonnement du n° 3 de la Note citée, la conclusion s'appliquant à $|\zeta/r|$ au lieu de $|\zeta|$, comme dans le cas plan : le maximum de $|\zeta/r|$ ne peut croître.

3. Pour une portion finie du fluide, on a

$$(8) \quad \frac{\rho}{\mu}\frac{dI}{dt} = \iint \varphi'\left(\frac{\zeta}{r}\right)\Delta\left(\frac{\zeta}{r}\right)r\,d\sigma + 3\iint \varphi'\left(\frac{\zeta}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\zeta}{r}\right)d\sigma$$
$$= \int_C r\varphi'\frac{d}{dn}\left(\frac{\zeta}{r}\right)ds + 2\int_C \varphi\left(\frac{\zeta}{r}\right)dz - \iint r\varphi''\left(\frac{\zeta}{r}\right)\left\{\overline{\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\zeta}{r}\right)}^2 + \overline{\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\zeta}{r}\right)}^2\right\}d\sigma,$$

négative si les intégrales de contour disparaissent et si $\varphi'' > 0$. Un choix convenable de la fonction φ donne alors, pour $|\zeta/r|$, le résultat du n° 5 de la Note citée.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur le problème d'unicité locale concernant l'écoulement des liquides pesants*. Note de M. **Caïus Jacob**, présentée par M. H. Villat.

1. Considérons le mouvement permanent, irrotationnel, d'un liquide parfait, pesant, dans un plan vertical, $(z = x + iy)$, la masse fluide étant limitée par deux lignes de courant (C_0), (C), ayant des asymptotes horizontales aux deux infinis, en amont et en aval. La frontière inférieure (C_0) est constituée par une paroi solide donnée (S_0), la frontière supérieure (C) par une paroi solide également donnée (S), s'étendant à l'infini en amont, et par une ligne de jet inconnue (L), le long de laquelle le liquide est en contact avec l'atmosphère. On suppose que les parois solides ne présentent pas d'angles vifs vers le courant. Les axes de coordonnées sont de sens direct, l'axe Oy étant dirigé suivant la verticale ascendante.

Le problème d'Analyse correspondant consiste à trouver la représentation conforme du domaine (z) considéré, sur la bande $\psi = 0$, $\psi = \psi_0$, du plan $f = \varphi + i\psi$, avec correspondance des points à l'infini, et telle que sur la ligne inconnue soit vérifiée la condition

$$(1) \qquad \frac{V^2}{2} + gy = a,$$

en posant

$$\frac{df}{dz} = \mathrm{V}\, e^{-i\theta} = e^{-i\omega} \qquad (\omega = \theta + i\tau);$$

a est une constante inconnue.

La condition (1) entraîne

$$(2) \qquad \frac{d\tau}{d\varphi} + g e^{-3\tau} \sin\theta = 0 \qquad \text{sur (L).}$$

S'il existe une solution du problème aux limites ci-dessus [1], la représentation conforme cherchée sera donnée par

$$(3) \qquad dz = e^{i\omega}\, df.$$

2. Nous nous proposons de donner, dans ce qui suit, quelques résultats concernant l'unicité locale des solutions du problème envisagé, et généralisant certains résultats donnés par MM. A. Weinstein [2], [4], K. Friedrichs [3] et J. Leray [4], dans le cas d'absence de la pesanteur ($g = 0$).

Supposons qu'il existe une solution donnée par (3) et considérons la solution infiniment voisine obtenue en variant infiniment peu les données du problème. Nous désignons par δf la variation subie par le potentiel f, pour z fixe.

Lemme I. — La fonction $\delta f = \alpha + i\beta$, holomorphe dans la bande (f), continue sur le contour, sauf en un nombre fini de points, satisfait à la condition aux limites, généralisant celle obtenue par M. Weinstein pour $g = 0$:

$$(4) \qquad \frac{d\alpha}{d\varphi} = \left(\frac{d\theta}{d\varphi} + g e^{-3\tau} \cos\theta\right)\beta + e^{-2\tau}\,\delta a, \qquad \text{sur (L).}$$

Si les parois solides ne varient pas, on a en outre

$$(5) \qquad \beta = 0, \qquad \text{sur } (\mathrm{S}_0),\ (\mathrm{S}).$$

Lemme II. — Les fonctions harmoniques conjuguées $u = \mathrm{R}(df/dz)$,

---

(1) Voir, à ce sujet, H. Villat, *Annales de l'École Normale*, 51, 1915, p. 178; H. Poncin, *Thèse*, Paris, 1932, p. 89.

(2) *Mathematische Zeitschrift*, 19, 1924, p. 265; 31, 1929, p. 423.

(3) *Mathematische Annalen*, 109, 1933, p. 60.

(4) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 430.

$v = \mathrm{I}(df/dz)$ vérifient les conditions aux limites

$$
\begin{aligned}
&(6) \qquad \frac{du}{d\varphi} = \left(\frac{d\theta}{d\varphi} + ge^{-3\tau}\cos\theta\right)v \\
&(7) \qquad \frac{dv}{d\varphi} = -\left(\frac{d\theta}{d\varphi} + ge^{-3\tau}\cos\theta\right)u + ge^{-2\tau}
\end{aligned}
\quad \text{sur } (\Gamma).
$$

Ce résultat, qui s'obtient très simplement, en tenant compte de (2), contient comme cas particulier (pour $g = 0$) une importante propriété signalée, par une autre voie, par M. Friedrichs, dans le Mémoire cité.

Théorème (*unicité locale au sens restreint*). — *S'il existe une solution du problème envisagé, telle que* $\mathrm{I}[df/dz]$ *soit* $\neq 0$ *à l'intérieur du domaine* (f), *il n'existe pas de solution infiniment voisine, correspondant aux mêmes lignes* (S_0), (S) *et à la même valeur du paramètre a.*

Pour la démonstration, nous considérons l'expression

$$
D(\beta) = \iint_{(f)} \left[\frac{d\,\delta f}{df}\right]^2 d\varphi\, d\psi + \int_{(C_0+C)} \frac{d\beta}{dn_i}\beta\, ds = 0,
$$

qu'on peut encore écrire, en posant avec M. Friedrichs, $\beta = v\eta$, et en tenant compte des lemmes précédents, et du comportement de β à l'infini,

$$
D(\beta) = \iint_{(f)} v^2 \left[\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{d\psi}\right)^2\right] d\varphi\, d\psi = 0,
$$

Le premier membre étant positif, on en déduit $\delta f \equiv 0$.

Théorème (*unicité locale*). — S'il existe une solution du problème pour $a = a_0$, telle que $\mathrm{I}[df/dz] \neq 0$ dans (f), si $d\theta/d\varphi + ge^{-3\tau}\cos\theta > 0$ sur (L) et si $V_{+\infty}^2 \neq gl_{+\infty}$ ($l_{+\infty}$ étant la largeur du courant à l'infini en aval), il n'existe pas de solution infiniment voisine, correspondant aux mêmes lignes (S_0), (S) données.

Pour la démonstration, on peut se servir d'un procédé dû à M. Weinstein, permettant de ramener ce théorème au précédent.

Les résultats ci-dessus peuvent être étendus à des cas beaucoup plus généraux.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un nouveau mode d'allumage dans le moteur à combustion interne.* Note ([1]) de M. **Tchang Te-Lou**, transmise par M. J.-L. Breton.

En étudiant les étincelles d'allumage d'un moteur à explosion nous sommes arrivé à cette conclusion ([2]) que, quand les électrodes sont dans un gaz calme, l'étincelle est souvent unique et suivie d'effluves de longue durée. Si les gaz sont en état de turbulence les effluves se transforment en décharges disruptives que nous avons appelées, dans une Note précédente, étincelles satellites. Le rôle de celles-ci ayant été étudié il nous reste à déterminer celui des effluves.

Nous avons donc essayé d'utilisé uniquement les effluves pour l'allumage. Dans ce but, nous avons modifié une bougie d'allumage de manière à avoir une distance de 4^{mm} entre les électrodes. De cette façon, quand la pression d'admission du moteur est suffisamment élevée, l'étincelle ne passe plus dans la bougie, elle est remplacée par un effluve.

La méthode de contrôle de la décharge est toujours basée sur l'emploi du tube à néon comme dans nos expériences précédentes. Nous avons constaté en effet que l'illumination du tube à néon n'est forte que pour des décharges disruptives dans la bougie. Avec les effluves, l'aspect de cette illumination est tout à fait différent.

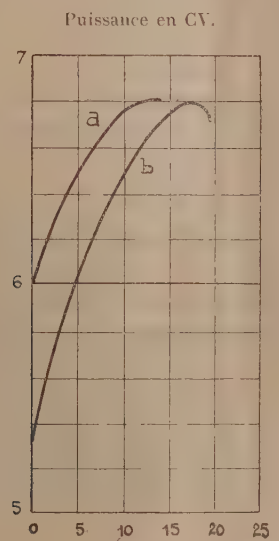
Nos essais ont été effectués sur un moteur à explosion monocylindrique dont le taux de compression est 5,5. L'énergie électrique d'allumage est fournie par une magnéto tournant à la vitesse du moteur, 1250 tours par minute. Le régime des effluves est stable pour la pression de 790^{mm} Hg à l'admission. Le moteur, dans ces conditions, fonctionne parfaitement et régulièrement. Le maximum de pression à l'admission que nous pouvons obtenir est 878^{mm} Hg, et même à ce régime d'alimentation aucun raté d'allumage n'a été observé.

On sait que les effluves sont plus froids que l'étincelle. Cette expérience nous montre que l'ionisation des gaz ainsi que l'effluve ont un rôle important dans l'allumage et que la température élevée d'une décharge disruptive n'est pas nécessaire.

([1]) Séance du 29 janvier 1934.

([2]) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1720.

Nous avons comparé ensuite ce mode d'allumage avec l'allumage par étincelle. A cette fin, toutes les conditions d'expériences ayant été maintenues constantes, nous avons tracé les courbes de puissance en fonction de l'avance à l'allumage, l'une avec l'allumage par étincelle, l'autre avec allumage par effluves.



Courbes de puissance en fonction de l'avance à l'allumage d'un moteur monocylindrique à la vitesse de 1250 t/m. *a*, allumage par étincelles; *b*, allumage par effluves.

Les diagrammes d'indicateur montrent que la régularité de combustion, d'un cycle à l'autre, est comparable dans les deux cas.

Mais avec ce nouveau mode d'allumage, la surface émettrice d'effluves de la bougie peut être considérablement augmentée pour intéresser une masse plus grande de la charge à allumer, ce qui n'est pas possible avec l'allumage par étincelle.

Nous nous sommes demandé quelle est l'influence du mode d'allumage sur l'apparition du phénomène de la détonation dans le moteur. Nous avons, pour cela, déterminé l'avance à l'allumage correspondant à l'apparition de la détonation pour différentes pressions d'admission avec les deux modes d'allumage. Voici les résultats d'un essai qui fait ressortir à partir de quelle avance apparaît la détonation :

Pression d'admission.	Allumage par effluves. Puissance.	Allumage par effluves. Avance à l'allumage à l'apparition de la détonation.	Allumage par étincelles. Puissance.	Allumage par étincelles. Avance à l'allumage à l'apparition de la détonation.
	cv	°	cv	°
790mm Hg..........	6,88	18	6,75	16
818 »	7,05	16	7,05	13
878 »	7,62	13	7,62	10

Dans le cas de l'allumage par effluves, le moteur peut supporter plus d'avance à l'allumage, mais la puissance maxima atteinte dans les deux cas est sensiblement la même.

En résumé, nous avons montré que :

1° *les effluves ont une action efficace et nette dans le mécanisme de l'allumage;*

2° *l'action de la température élevée d'une décharge disruptive n'est pas toujours indispensable pour l'allumage.*

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la lumière des étoiles filantes*. Note de M. **Jean Mascart**, présentée par M. Ch. Fabry.

On a imaginé depuis assez longtemps que la lumière des étoiles filantes est due à l'échauffement produit par leur frottement dans l'atmosphère, à cause de leur très grande vitesse, et l'invention du briquet pneumatique mettait bien suffisamment en évidence l'élévation considérable de température qui accompagne toute compression subite d'un gaz. Cette théorie *mécanique* fut nettement exposée par J. Herschel et V. Marsh; reprise très en détail par R. de Reichenbach qui, par le calcul des pressions, étudie en particulier les phénomènes de rupture et d'explosion; commentée par Daubrée et soumise à des calculs très explicites par G. A. Hirn. V. Regnault avait fait cette remarque fort judicieuse que la pression racle, désagrège la surface, la pulvérise, et que cette poussière devenue incandescente constitue précisément la traînée lumineuse qui subsiste parfois assez longtemps, remarque très utile pour expliquer les conclusions ultérieures de N. Lockyer.

Assurément, il est exagéré de dire comme Tisserand et Andoyer dans leurs Leçons de Cosmographie : « une partie de leur force vive est transformée en chaleur; un calcul facile montre que... c'est ainsi que ces météores deviennent rapidement lumineux ». Le calcul, en effet, n'est pas si

facile, car il est malaisé d'apprécier les conditions complètes du phénomène et la question mérite un examen plus précis. Mais faut-il pour cela, comme le demande P. Burgatti, dire que la théorie mécanique n'est pas soutenable? et lui substituer une théorie *électrique* : la météorite, longtemps soumise au flux solaire d'électrons, en émet à son tour, prend une charge positive et, parvenue dans la couche de Heaviside, à 80^{km} environ, est bombardée par les électrons très nombreux et devient lumineuse. De son côté, Ch. Fabry considère que le frottement — ou plus exactement selon lui les chocs contre les molécules d'air — ne saurait produire la température de 6000° (Burgatti se contenterait de 2000°) requise pour une lumière blanche, température à laquelle aucun corps solide ne serait capable de résister. Enfin, Burgatti comme Fabry font grand grief de ce fait que quelques spectres d'étoiles filantes indiquent des raies brillantes sur fond obscur, conditions caractéristiques de la lumière émise par un gaz; ce dernier auteur conclut donc que la lumière n'est pas émise par le projectile, mais bien par le gaz qu'il traverse et peut-être aussi par des gaz occlus qui se trouvent libérés.

Examinons donc de plus près la théorie purement mécanique pour voir comment elle se prête aux applications numériques dans les deux cas extrêmes : soit lorsque la variation d'énergie est entièrement utilisée pour échauffer le mobile; soit lorsque toute la chaleur se disperse par rayonnement au lieu de s'accumuler dans le mobile, qui est alors simplement traversé par un flux de chaleur.

Dans le premier cas, en égalant la variation de force vive (en équivalent de chaleur) à l'échauffement du mobile et de la colonne d'air comprimé, on obtient une équation renfermant la température finale; le poids de cette colonne d'air étant fourni par une équation analogue à celle de Hutton-de Borda, on peut calculer la température du projectile. Pour une vitesse primitive de 30^{km}, réduite par le frottement de *un centième* seulement, on trouve pour le mobile une température d'environ 10800°. Dans le second cas, la formule de Poisson suffit à résoudre le problème et, pour une température ambiante de −73°, fournit au projectile une température de 2358°, bien suffisante pour donner de la lumière *blanche*, ce qui répond à une des deux critiques fondamentales.

On trouverait environ 7500° dans le premier cas avec 80^{km} de vitesse initiale.

Si l'on adopte les autres éléments plausibles de Hirn ou de de Reichenbach, on trouve 3340° et 5178° et le seul point douteux de tels calculs est de savoir dans quelle mesure la formule de Poisson reste appli-

cable à d'aussi grandes différences de pression; de plus, pour expliquer les phénomènes de rupture, un calcul simple ($V = 80^{km}$) indique que la pression momentanée supportée par un bolide de forme sphérique s'élève à 675 atmosphères, pression que supporterait le fer (à la température ordinaire du moins) mais qui ferait éclater une pierre. Mais, de toutes façons, on voit qu'à de grandes hauteurs dans l'atmosphère, pour de l'air fort raréfié, l'apparition de météores très brillants n'a rien de surprenant.

En résumé, après nous être placés dans deux cas extrêmes opposés, on peut dire que, sur le trajet d'une météorite et dans son voisinage immédiat, se rencontrent les conditions expérimentales les plus étendues, des pressions allant de 0 à 1000 atmosphères et des températures possibles entre 2500° et 75000°, conditions qui dépassent de beaucoup celles que peut réaliser un laboratoire : il serait bien téméraire d'affirmer ce que *doivent* être les spectres des solides, vapeurs ou gaz dans ces conditions, d'autant plus que N. Lockyer parle encore d'introduire en partie l'effet de spectres d'absorption et que, d'autre part, on peut soutenir que la chaleur ne suffit pas, en l'absence de toute réaction chimique, pour rendre un gaz lumineux.

Et parce que quelques spectres, rares et imprécis, ne sont pas favorables à un corps solide porté à l'incandescence, faut-il rejeter toute une théorie cohérente ? Soit pour la remplacer par un processus électronique (Burgatti), certes plus à la mode du jour mais sans aucune précision, soit pour introduire un phénomène analogue à celui d'un tube lumineux « mais avec un procédé d'illumination que nous ne savons pas reproduire en laboratoire (Ch. Fabry) »; alors, surtout, qu'il ne s'agit en réalité que d'introduire des hypothèses nouvelles, n'apportant pas la possibilité des déterminations numériques que lord Kelvin considérait comme *indispensables* à définir le caractère *scientifique* des choses.

Nous ne le pensons pas. La théorie mécanique suffit à faire intervenir des vapeurs incandescentes et explique assez l'apparence lumineuse bien avant l'entrée dans la couche de Heaviside, de sorte qu'elle nous semble toujours la meilleure explication de tous les phénomènes météoriques et il faudrait des arguments bien puissants pour renoncer à une théorie aussi simple.

Remarques sur la Communication précédente, par M. Ch. Fabry.

La Note de M. Jean Mascart met bien en évidence le grand dégagement de chaleur qui doit résulter de la perte de vitesse d'un petit corps solide pénétrant dans la haute atmosphère. Ce phénomène calorifique joue cer-

tainement un rôle important dans la manière dont se comportent les étoiles filantes, ne fût-ce que pour réduire en vapeurs ces petits corps et les empêcher d'arriver entiers à la surface du sol; mais, contrairement à l'opinion que l'on peut appeler classique et que défend M. Mascart, je ne pense pas que l'incandescence d'un corps solide puisse être admise comme cause unique, ni même comme cause principale de la lumière que nous observons.

Pour qu'un corps puisse atteindre, à l'état solide, une température donnée très élevée, il ne suffit pas de lui fournir une quantité de chaleur déterminée; il faut encore qu'il puisse supporter la température fixée sans être volatilisé. C'est ainsi que l'amélioration de la lampe électrique à incandescence demande que le filament soit porté à une température de plus en plus élevée; cela ne présente pas la moindre difficulté du point de vue de l'énergie électrique; toute la difficulté réside dans la production d'un filament de plus en plus réfractaire. Il paraît bien difficile d'admettre que le corps solide, qui constitue probablement l'étoile filante avant son échauffement, puisse supporter, sans être volatilisé, une température supérieure à 3000° K. Or, à cette température, la lumière émise par un corps noir est fortement *rouge* comparée à celle de presque toutes les étoiles; l'indice de couleur serait d'environ +2,2, alors que celui d'Antarès n'est que de +1,66. La plupart des étoiles filantes ont un tout autre aspect; il faudrait admettre une température voisine de 6000° pour expliquer ce que l'on observe; on se demande quel corps solide il faudrait imaginer pour résister à cette température.

M. Mascart paraît regarder les observations spectrographiques comme d'un faible intérêt. Elles donnent cependant le seul moyen pour déterminer avec certitude l'origine de la lumière; ces observations difficiles sont peu nombreuses; elles indiquent toutes, comme partie principale du rayonnement, une émission par des gaz ou des vapeurs, et non par incandescence d'un corps solide.

La traînée persistante que laissent souvent les étoiles filantes est l'une des particularités les plus curieuses du phénomène, et l'une des plus difficiles à expliquer. M. Mascart se range à l'opinion d'après laquelle cette traînée serait un essaim de particules solides arrachées à l'astéroïde et continuant à rayonner à cause de leur haute température. Il est facile de voir que cette explication est inadmissible; le refroidissement serait beaucoup trop rapide pour que la traînée ainsi constituée reste visible même quelques secondes. Supposons un corps solide, sphérique, et soit R

son rayon exprimé en centimètres; soit C la capacité calorifique de l'unité de volume, exprimée en petites calories par centimètre cube. Le temps nécessaire pour passer de la température θ_0 à la température θ_1 est donné par la formule

$$t = 81 \times 10^9 RC \left(\frac{1}{\theta_1^3} - \frac{1}{\theta_0^3} \right).$$

Faisons $C = 1$ (ce qui est un extrême maximum) et prenons une sphère de 2^{mm} de diamètre ($R = 0,1$). Prenons comme température initiale $\theta_0 = 3000$. Pour $\theta_1 = 1900^\circ$, l'intensité lumineuse de chaque sphère sera réduite au-dessous du centième de sa valeur initiale, et la traînée sera sans doute complètement invisible; avec ces valeurs la formule donne $t = 0,9$ seconde. On pourrait, contre toute vraisemblance, supposer une température initiale beaucoup plus élevée, par exemple 6000°; le temps nécessaire pour réduire l'intensité lumineuse au centième de sa valeur initiale serait encore plus petit. Enfin on peut imaginer des particules plus grosses, par exemple des sphères de 2^{cm} de diamètre; mais comment supposer que de pareils corps, pesant plusieurs dizaines de grammes, puissent rester suspendus dans la haute atmosphère? Et encore cette hypothèse ne porterait-elle qu'à 9 secondes le temps que l'on vient de calculer, et ce sont des durées dépassant 500 secondes que l'on observe assez souvent.

Il n'y a d'autre ressource, pour expliquer la lumière émise par la traînée aussi bien que celle de l'étoile filante, que d'admettre une luminosité de gaz. On connaît déjà un certain nombre de cas de luminosités de gaz se maintenant assez longtemps, même dans les petits volumes que nous pouvons étudier au laboratoire; l'azote actif offre un exemple de ce genre; on peut supposer que, dans un très grand volume de gaz très raréfié, sans parois, les durées seraient encore plus grandes. Malheureusement, il y a peu d'espoir d'obtenir un spectre d'une lumière aussi faible que celle d'une traînée d'étoile filante.

Quant à la nature du gaz illuminé et à la cause de son excitation, on ne peut que faire des hypothèses assez vagues. Ainsi que le remarque M. Mascart, parler de phénomène électrique sans autre précision ne signifie rien. Il faut certainement faire intervenir des gaz et des vapeurs arrachés à l'astéroïde lui-même. Quant au gaz de l'atmosphère, dans un état d'extrême raréfaction occupant un volume sans parois, on ne peut parler de sa température qu'avec certaines précautions lorsqu'il est traversé par un astéroïde animé d'une grande vitesse. La température est liée à l'énergie cinétique moyenne des molécules; pour que, dans un volume

donné, on puisse parler de température, il faut que se soit établie une répartition statistique des énergies cinétiques; or ici, dans le gaz non perturbé, le libre parcours moyen peut être de l'ordre du mètre; il est très petit par rapport aux dimensions du corps perturbateur. A la suite des chocs, certaines molécules prennent des vitesses très grandes; si l'étoile filante a une vitesse de 30^{km} par seconde par rapport à la Terre, certaines molécules choquées prendront, par rapport à l'ensemble des molécules non choquées, une vitesse de 60^{km} par seconde, et transféreront ensuite peu à peu leur grand excès d'énergie cinétique à d'autres molécules par chocs successifs. De tels chocs suffisent-ils à exciter les molécules? On connaît de nombreux cas de luminosité de gaz par simple effet de température, c'est-à-dire par simple effet de choc; mais les chocs sont beaucoup plus nombreux que dans le cas actuel; par contre, ils sont beaucoup moins violents, car il faudrait atteindre une température de plusieurs millions de degrés pour que la vitesse moyenne d'agitation de molécules d'azote atteignît les 60^{km} par seconde que nous venons de trouver.

En résumé, il ne me paraît pas douteux que la plus grande partie de la lumière de l'étoile filante et toute celle de sa traînée ne soit due à la luminosité d'un gaz, mais le mécanisme de cette émission reste incertain.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la théorie de la charge électrique.* Note de M. L. **Goldstein**, transmise par M. L. de Broglie.

Nous avons indiqué [1] une voie possible à suivre dans l'étude des corpuscules élémentaires. Nous avons vu que cette voie peut conduire à reconnaître certains traits fondamentaux des corpuscules en étudiant leur comportement sous l'influence d'actions extérieures et, en particulier, au cas d'action extérieure nulle. C'est ce dernier cas qui a été étudié surtout dans notre précédente Note. Le résultat auquel on a été conduit, et qui s'exprime par le théorème I et son corollaire, est absolument général et s'applique à un corpuscule électriquement chargé ou neutre. Nous voudrions étudier maintenant le cas des corpuscules électrisés ou charges électriques dans un champ électromagnétique. D'après le théorème I et de son corollaire l'équation d'onde relativiste de Dirac ne peut être associée

---

(1) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 454.

qu'à de tels corpuscules libres qui ont un *moment cinétique intrinsèque unique égal à $h/4\pi$.*

L'équation d'onde relativiste d'un corpuscule électrisé libre, de charge e, en valeur absolue, de masse au repos m, et de moment cinétique intrinsèque $h/4\pi$, d'impulsion d'Univers $(\vec{p}, W/c)$, est

$$\left(\frac{W}{c} + \sum_i \alpha_i p_i + \alpha_4 mc\right)\Psi(x_i, t) = 0. \tag{1}$$

Lorsque l'on veut passer à l'étude du comportement de cette charge sous l'influence d'un champ électromagnétique extérieur, on se trouve en présence d'une difficulté fondamentale bien connue, liée au fait que la charge considérée n'est pas définie dans ses rapports avec le champ extérieur dans la théorie des quanta. Cette définition est prise dans l'électromagnétisme classique et la limite de validité de son utilisation dans la théorie des quanta coïncide essentiellement avec la limite de validité qui lui est imposée en théorie classique. En vertu de cette définition, l'équation d'onde relativiste d'une charge électrique de moment cinétique intrinsèque $h/4\pi$ dans un champ électromagnétique défini par le potentiel $(V, \vec{\Phi})$ sera

$$\left\{\begin{aligned} &\left(\frac{W + eV}{c} + \Sigma\alpha_i P_i + \alpha_4 mc\right)\Psi(x_i, t) = 0, \\ &P_i = p_i + \frac{e}{c}\Phi_i. \end{aligned}\right. \tag{2}$$

Cette équation est conforme aux principes sur lesquels repose (1) et, en outre, elle satisfait au principe de correspondance. On sait alors qu'en passant à l'équation du second ordre associée à (2), en multipliant (2) en avant par l'opérateur

$$\frac{W + eV}{c} - \Sigma\,\alpha_i P_i - \alpha_4 mc \tag{3}$$

et tenant compte des relations de commutation des matrices α_μ ($\mu = 1, 2, 3, 4$) et de la définition des vecteurs champs électrique et magnétique, on est conduit à attribuer au corpuscule chargé dont le mouvement est décrit par (2), un *moment magnétique intrinsèque unique* dont la valeur numérique absolue est $eh/4\pi mc$.

Ceci résulte en toute rigueur de l'application de l'opérateur (3) sur l'équation (2) conforme aux principes énoncés dans le théorème I et au principe de correspondance. Il est clair cependant qu'une propriété intrinsèque à laquelle on est conduit par la voie indiquée — et qui consiste à

rechercher quel trait caractéristique l'étude du comportement d'une charge amène à attribuer à celle-ci — est indépendante des méthodes qui permettent de la reconnaître. Le moment magnétique intrinsèque ne dépend naturellement en rien du champ extérieur et existe au cas d'un champ nul, fait qui se démontre conformément au principe de correspondance. Nous ne pouvons pas insister ici sur cette démonstration.

On est ainsi conduit à énoncer un nouveau théorème relatif à la description relativiste du mouvement d'une charge électrique et à la propriété fondamentale que cette équation relativiste *octroie* à cette charge.

Théorème. — *L'équation d'onde relativiste associée à une charge électrique égale en valeur absolue à e, de masse au repos m, de moment cinétique intrinsèque $h/4\pi$, possédant, conformément au principe de correspondance, l'impulsion d'Univers $\left(\vec{P}, W + eV/c;\ P_i = p_i + e/c\,\Phi_i\right)$ dans un champ électromagnétique défini par le potentiel $\left(V, \vec{\Phi}\right)$, ou $\left(\vec{p}, W/c\right)$ en absence de champ, conforme aux relations de de Broglie $\left(W + eV = h\nu, \lambda\left|\vec{P}\right| = h\right)$, ou $\left(W = h\nu, \lambda\left|\vec{p}\right| = h\right)$, au principe ondulatoire de la décomposition spectrale et conduisant à une expression définie positive de la densité de probabilité de présence, procédé de Dirac, amène à attribuer à cette charge une propriété fondamentale susceptible d'être interprétée comme son moment magnétique intrinsèque unique dont la valeur numérique absolue est $eh/4\pi mc$.*

Corollaire. — *On ne peut associer à aucune charge e, en valeur absolue, de masse au repos m, de moment cinétique intrinsèque $h/4\pi$, ayant un moment magnétique intrinsèque différent, en valeur absolue, de $eh/4\pi mc$, une équation d'onde relativiste représentant son mouvement dans un champ électromagnétique extérieur, ou en absence de tel champ, conforme aux principes énoncés dans le théorème II.*

Nous ne pouvons que souligner ici l'importance des théorèmes I et II et de leurs corollaires en ce qui concerne la limitation fondamentale de l'applicabilité de la théorie des quanta relativiste.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la mesure ou la détection des faibles courants alternatifs.* Note de M. **Emmanuel Gambetta**, présentée par M. A. Cotton.

Les appareils de mesure habituels du courant alternatif peuvent se classer en diverses catégories au point de vue de leur sensibilité au voisinage de zéro; on peut, en effet, distinguer parmi eux :

1° les appareils dont les indications sont proportionnelles aux carrés des valeurs efficaces des courants, tels sont les appareils thermiques, les appareils à thermocouple, les appareils électromagnétiques, les électrodynamomètres et les électromètres, montés en idiostatique;

2° ceux dans lesquels les indications au voisinage de zéro sont liées aux valeurs efficaces des courants par une loi d'allure parabolique, tels sont les appareils utilisant les propriétés de détection des lampes à trois électrodes, dues aux courbures de leurs caractéristiques de grille ou de plaque, et les appareils redresseurs à conductibilité unilatérale (au voisinage immédiat de zéro);

3° enfin ceux dans lesquels les indications sont proportionnelles aux valeurs efficaces des courants comme les électrodynamomètres et les électromètres montés en hétérostatique, et les galvanomètres à résonance.

Dans les premiers et les seconds la sensibilité tend vers zéro avec la valeur efficace du courant; dans les derniers elle est constante, fonction du déphasage entre courants dans les électrodynamomètres et les électromètres. Or, l'emploi de ces appareils n'est pas toujours possible : les galvanomètres à résonance ont une très grande sensibilité mais ils exigent une fréquence bien constante; ils seraient au contraire très précieux si l'on désirait une mesure sélective; quant aux électromètres, lorsqu'ils ont une période courte ou sont peu fragiles, leurs sensibilités peuvent ne pas être suffisantes surtout lorsque les circuits dans lesquels on les emploie ne sont pas de résistance élevée.

Il est au contraire facile, en utilisant le montage simple suivant, d'obtenir, dans la mesure des courants alternatifs au voisinage de zéro ou dans leur détection, une sensibilité de l'ordre de celles que donnent les galvanomètres en courant continu.

On superpose dans un redresseur du type cuivre-oxyde de cuivre constitué de quatre éléments disposés en pont de Wheatstone afin de redresser les deux alternances, le courant alternatif étudié et un courant auxiliaire d'intensité constante. Les fréquences des deux courants doivent être identiques ou notablement différentes pour que la superposition de ces courants ne donne pas naissance à des battements que l'appareil de mesure serait susceptible de suivre [1]. Le courant total redressé est envoyé dans un

---

(1) Si le courant auxiliaire est alternatif, et s'il est, ainsi que le courant à mesurer, de fréquence convenable, on peut, par exemple, disposer en série avec le redresseur les deux secondaires de transformateurs dont les primaires sont parcourus respectivement par les deux courants.

galvanomètre sur lequel on fait une compensation de la partie correspondant au courant auxiliaire, c'est-à-dire dont on annule la déviation lorsque le courant étudié est nul; les indications de ce galvanomètre sont alors directement proportionnelles aux valeurs efficaces du courant alternatif à contrôler; il suffit, en effet, de donner au courant auxiliaire une valeur suffisante pour que le point de fonctionnement du redresseur se trouve dans la partie rectiligne de sa caractéristique. On peut même aussi, en modifiant en conséquence la valeur du courant de compensation, surveiller le courant alternatif et le maintenir autour d'une valeur quelconque en gardant toujours la même sensibilité.

Le principe du montage est général et le courant auxiliaire peut être également un courant continu.

Dans le cas particulier important où le courant alternatif à contrôler a son siège dans le circuit-plaque de la lampe de sortie d'un amplificateur, comme on dispose déjà dans ce circuit d'un courant continu constant, on peut faire jouer à celui-ci le rôle du courant auxiliaire précédent et le montage devient particulièrement simple : le redresseur est intercalé dans le circuit-plaque considéré; du côté redressé, il débite sur un galvanomètre sur lequel on fait une compensation telle que sa déviation soit nulle en l'absence de courant alternatif dans ce circuit-plaque.

On peut ainsi obtenir, avec un bon galvanomètre ordinaire (galvanomètre Deprez-d'Arsonval dont le cadre a une résistance de 860 ohms et une période propre d'oscillation en circuit de 9 secondes) une sensibilité au courant alternatif de l'ordre de 5.10^{-9} ampère efficace par millimètre, constante sur toute l'échelle à partir de zéro.

Si le courant alternatif étudié alimente le redresseur par l'intermédiaire d'un transformateur, et si ce dernier fonctionne dans de bonnes conditions de flux grâce à un réglage correct du courant auxiliaire, on peut, en bénéficiant du rapport de transformation de cet appareil, atteindre encore une sensibilité notablement supérieure à celle précédemment indiquée.

Un amplificateur apériodique équipé avec un tel dispositif permet de mesurer avec sensibilité des courants alternatifs très faibles et de toutes les fréquences que détecte convenablement le redresseur (et que laisse passer le transformateur, s'il en est fait usage). Il permet de ne pas perdre dans cette mesure une fraction très importante du gain de sensibilité apporté par l'amplificateur.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Sur le fonctionnement des bigrilles changeuses de fréquence.* Note de M. Y. **Rocard**, présentée par M. Ch. Fabry.

MM. Lambrey et Krauthammer [1] ont attiré l'attention sur l'insuffisance du point de vue qui attribue les battements, dans le courant plaque d'une bigrille changeuse de fréquence, à une sorte de modulation de l'oscillation hétérodyne provoquée entre la première grille et la plaque. Il est peut-être utile de préciser un peu le mécanisme du phénomène.

Si l'on se contente d'une description superficielle des faits, on peut considérer le courant plaque i_p comme donné, quand la bigrille oscille, par (à quelques phases près)

$$(1) \qquad i_p = a + b\sin\omega t + c\sin 2\omega t + d\sin 3\omega t + \ldots,$$

ω étant la fréquence hétérodyne, a, b, c, ... des quantités qui sont modifiées par le potentiel v_{g_2} de la grille de contrôle :

$$(2) \qquad a = a_0 + a_1 v_{g_2} + a_2 v_{g_2}^2 + \ldots, \qquad b = b_0 + b_1 v_{g_2} + b_2 v_{g_2}^2 + \ldots.$$

Si v_{g_2} varie comme $\sin\omega' t$, en explicitant i_p on trouve des termes de battement. MM. Lambrey et Krauthammer font de justes critiques à ce point de vue, car la détermination de a_1, a_2, ..., b_1, b_2, ... faite statiquement ($\omega' = 0$) n'est plus valable pour une fréquence ω' de l'ordre de ω.

On peut aussi considérer le courant plaque comme donné en fonction de v_{g_2},

$$(3) \qquad i_p = A + Bv_{g_2} + Cv_{g_2}^2 + Dv_{g_2}^3 + \ldots,$$

A, B, C, ... dépendant du temps par suite de l'oscillation

$$(4) \qquad A = A_0 + A_1\sin\omega t + A_2\sin 2\omega t + \ldots.$$

On obtient bien des termes de battements en faisant varier v_{g_2} à la pulsation ω', mais comment relier A_1, A_2, ... B_1, B_2, ... aux caractéristiques statiques ? En réalité, le problème reste entier.

La mise en équation du problème de l'oscillateur, compte tenu des caractéristiques courbes et de l'effet de contrôle de la grille v_{g_2}, éclaire un peu la question. Supposons un circuit accordé (L, C) sur la plaque, couplé par induction (M) à la première grille. Soit la caractéristique statique de la bigrille autour d'un point de fonctionnement :

$$(5) \qquad \rho i_p = v_p + K_1 v_{g_1} + K_2 v_{g_2} + \alpha_1 v_p^2 + \alpha_2 v_{g_1}^2 + \alpha_3 v_{g_2}^2 + \beta_1 v_{g_1} v_p + \beta_2 v_{g_2} v_p + \ldots.$$

---

[1] *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 156.

v_p étant la tension plaque. Négligeant des termes petits, il n'y a pas de difficultés à obtenir pour v_p l'équation

$$(6)\qquad \omega^2 v_p - \varepsilon[1 - \alpha v_p - \beta v_p^2 - \ldots] v'_p + v''_p = \frac{d}{dt}[v_{g_2}(\gamma_0 + \gamma_1 v_p + \gamma_2 v_p^2 + \ldots)],$$

où l'on suppose v_{g_2} petit (c'est bien le cas pratique), toutes les constantes ε, α, β, ..., γ_1, γ_2, ... se déduisant sans ambiguïté de la caractéristique statique (5) et du rapport M/L.

$\varepsilon = 0$ donne la condition limite d'entretien. Si l'on suppose ε petit (soit $rc\rho + L + KM$ voisin de zéro) et si l'on se donne $v_{g_2} = u_0 \sin\omega' t$, la solution stationnaire de l'équation (6) est :

$$(7)\qquad v_p = \left(\frac{2}{\sqrt{\beta}}\right)\sin\omega t + \left(\frac{2\varepsilon\alpha}{3\omega\beta}\right)\sin 2\omega t - \left(\frac{\varepsilon}{4\omega\sqrt{\beta}}\right)\cos 3\omega t + \left(\frac{\gamma_0\omega'}{\omega^2 - \omega'^2}\right) u_0 \cos\omega' t$$
$$+ \left\{\frac{\gamma_1[\omega + \omega']}{\sqrt{\beta}[\omega^2 - (\omega + \omega')^2]}\right\} u_0 \sin(\omega + \omega') t$$
$$- \left\{\frac{\gamma_1[\omega' - \omega]}{\sqrt{\beta}[\omega^2 - (\omega - \omega')^2]}\right\} u_0 \sin(\omega - \omega') t.$$

On voit ici apparaître les termes de battements, avec leur amplitude variant en fonction de la fréquence, et différemment pour l'un et pour l'autre. Mais l'équation (7) est valable seulement si l'impédance sur le circuit plaque est réduite au circuit oscillant. C'est le cas pratique où l'on sélectionne la moyenne fréquence dans un montage à résonance série. On voit alors que les amplitudes différentes pour les deux battements *en tension* correspondent à des *courants* d'amplitude égale.

En pratique, v_{g_2} ne se réduit jamais à un signal extérieur $u_0 \sin\omega' t$, car par suite des capacités grille de contrôle-grille interne (c') et grille de contrôle-plaque (c'') un courant important à la fréquence hétérodyne, passe sur la grille de contrôle et, y trouvant généralement l'impédance constituée par un circuit accordé ($L_1 c_1$) sur la fréquence ω' y développe une tension proportionnelle à v_p. Dans le cas particulier d'un oscillateur très couplé (cas le plus favorable à la production de battements intenses), on a

$$(8)\qquad v_{g_2} = \frac{\left[u_0 \sin\omega' t + \dfrac{L_1\omega}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega'}\right)^2}\left[c'\omega\dfrac{M}{L} + c''\omega\right] v_p\right]}{\left[1 + \dfrac{L_1\omega}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega}\right)^2}(c'\omega + c''\omega)\right]}.$$

Pour une moyenne fréquence $\omega' - \omega$ (par exemple) donnée, et pour la réception de ω', l'existence du dénominateur en (8) crée *une importante dissymétrie d'amplitude des battements* créés par le terme de fréquence ω'. Quant au terme de fréquence $\omega(v_p)$, sa prise en considération revient à modifier les constantes ε, α, β.

Les expressions (7) et (8) suggèrent toutes sortes de conséquences techniques, les unes relatives à la construction des bigrilles (qui doivent avoir des caractéristiques statiques très courbes par rapport à v_{g_1} et v_{g_2}) les autres relatives à leur emploi [possibilité d'une réaction, pour $\omega > \omega'$, en réglant c' et c'' pour diminuer le dénominateur de (8); possibilité d'un neutrodynage par rapport à v_p' en réalisant le réglage $c'M + c''L = 0$].

MAGNÉTISME. — *Exploration magnétique des pièces métalliques.* Note [1] de M. **Jean Peltier.**

Dans de précédentes Communications [2] j'étudiais les possibilités offertes par l'emploi des champs magnétiques fixes ou tournants, pour explorer les arbres de machines et plus généralement toutes sortes de pièces métalliques d'assez grande perméabilité, et y déceler les défauts d'homogénéité, soufflures, etc., qui pouvaient éventuellement s'y trouver.

En cherchant à transposer dans le domaine de la pratique les résultats de mes travaux, je me suis heurté à de nouvelles difficultés provenant de la nécessité de supprimer l'alimentation des divers appareils par accumulateurs, pour avoir recours, exclusivement, au courant du secteur. Je me suis donc attaché à l'utilisation du secteur alternatif 115 volts, 50 périodes.

Grâce à une *tension anodique* de construction courante et à des lampes à chauffage indirect, il m'a été assez facile de réaliser un amplificateur basse fréquence de quelques watts permettant l'utilisation de la balance de Hughes et des autres dispositifs décrits dans mes précédentes Notes. Malheureusement, en raison de l'instabilité du réseau, la sensibilité *pratique* de ce nouvel ensemble était insuffisante.

Après avoir essayé divers dispositifs [3], téléphones, hauts-parleurs, lampes au néon, milliampèremètres, j'ai constaté que le plus fidèle de tous

(1) Séance du 19 janvier 1934.)

(2) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 348; **193**, 1931, p. 420.

(3) N'ayant pas d'oscillographe cathodique à ma disposition, je ne saurais préjuger des résultats que pourrait fournir un tel appareil, mais je présume qu'ils seraient du plus grand intérêt.

était le milliampèremètre, utilisé seul. Le seul reproche qui puisse être fait à ces appareils (je parle des milliampèremètres de fabrication courante) est leur sensibilité insuffisante, par rapport *aux variations* du courant disponible à la sortie d'un amplificateur normal, alimenté par les bobines exploratrices ou les balances d'induction.

Après de nombreuses recherches, j'ai pu réaliser un nouvel amplificateur à 2 lampes, tel que le courant de sortie soit *rigoureusement nul* avant la mise en service des appareils servant à l'exploration magnétique. La disposition la plus simple de ce genre peut être obtenue en utilisant comme première lampe une Philips E 424, reliée par transformateur à la lampe suivante du type E. 438 (je ne doute d'ailleurs pas que de très notables améliorations soient encore possibles). La puissance disponible est beaucoup plus faible que celle fournie par les amplificateurs ordinaires utilisés dans mes essais précédents; mais, la stabilité est telle qu'on peut, au besoin, remplacer le milliampèremètre par un bon galvanomètre dont la sensibilité permet d'apprécier des variations d'épaisseur de l'ordre du 1/100e de millimètre dans une plaque en acier dont l'épaisseur moyenne est voisine de 8^{mm}.

Parmi les autres métaux, l'aluminium et ses alliages, le cuivre, le laiton, l'argent, etc., agissent très nettement sur les appareils — toujours alimentés en 50 périodes.

Dans le cas des câbles, j'ai constaté que la Balance d'Induction peut être remplacée, assez avantageusement, par un dispositif rappelant le pont de Wheatstone alimenté d'une part en courant alternatif et agissant d'autre part sur le circuit de grille de la première lampe de l'amplificateur, l'une des self du pont de Wheatstone étant influencée par l'objet à vérifier, ou même traversée par cet objet.

FLUORESCENCE. — *Fluorescence de la vapeur d'iode excitée par de la lumière polarisée circulairement et observée longitudinalement.* Note [1] de MM. **P. Daure** et **A. Kastler**, présentée par M. A. Cotton.

Le spectre de fluorescence de la vapeur d'iode, excité par la raie verte du mercure, et analysé par R. W. Wood [2], se compose, lorsque la raie

---

(1) Séance du 29 janvier 1934.

(2) *Phil. Mag.*, 6e série, **21**, 1911, p. 261; **26**, 1913, p. 828 et 846; **35**, 1918, p. 236 et 352. — Vue d'ensemble dans P. Pringsheim, *Fluoreszenz u. Phosphoreszenz*, 6 : *Struktur der Materie*, p. 47.

excitatrice est suffisamment fine, d'une série de doublets à peu près équidistants.

L'intervalle entre les deux composantes des doublets est environ 1,5 Å (soit $\Delta\nu = 5$ cm^{-1}), et deux doublets successifs sont écartés de 70 Å environ.

La raie excitatrice 5462,23 Å (λ dans le vide selon la table internationale) fait partie du spectre de fluorescence. Elle forme avec son satellite 5463,74 Å le doublet d'ordre 0.

Entre la raie verte et les deux raies jaunes du mercure devraient se placer trois autres doublets, les doublets d'ordre 1,2 et 3, mais le doublet d'ordre 2 fait défaut.

Le tableau suivant montre la correspondance entre ces raies et les sauts quantiques : v est le quantum de vibration, j le quantum de rotation [1] :

Ordre du doublet.	λ.		$v \to v'$.	$v' \to v''$.	$j \to j'$.	$j' \to j''$.	
0	5462,23	5463,74	$0 \to 26$	$26 \to 0$	$28 \to 29$	$29 \to 28$	$29 \to 30$
1	5526,55	5528,10	$0 \to 26$	$26 \to 1$	$28 \to 29$	$29 \to 28$	$29 \to 30$
3	5658,71	5660,38	$0 \to 26$	$26 \to 3$	$28 \to 29$	$29 \to 28$	$29 \to 30$

La composante de chaque doublet du côté du violet résulte d'une transition sans changement final du quantum de rotation, ($j \to j+1 \to j$) c'est une raie de vibration pure ($\Delta j = 0$); son satellite du côté du rouge résulte d'un saut de deux unités du quantum de rotation

$$(j \to j+1 \to j+2;\ \Delta j = +2),$$

c'est une raie de vibration-rotation.

Le principe de conservation du moment cinétique exige que les raies $\Delta j = \pm 2$ présentent le phénomène d'inversion circulaire.

De nombreux exemples d'inversion circulaire ont été constatés dans les spectres de diffusion moléculaire sur les raies Raman (expériences de Hanle et Bär).

W. Hanle a vérifié cette inversion dans la fluorescence de la vapeur mono-atomique de thallium [2], il a cherché également à l'observer encore dans la fluorescence de la vapeur d'iode. Il n'a pas réussi faute d'intensité.

On peut aussi espérer l'observer dans l'excitation multiple de la vapeur

---

[1] P. Pringsheim, *loc. cit.*, p. 49 et 51.

[2] W. Hanle, *Zts. f. Phys.*, 85, 1933, p. 300.

de mercure absorbant à partir de l'état métastable 2^3P_0 la raie violette 4047 Å et émettant la raie verte 5462 [1].

L'équipement de notre laboratoire nous a permis de réaliser les expériences de vérification sur la vapeur d'iode :

1° Nous avons d'abord observé transversalement cette fluorescence; la lumière incidente étant naturelle, nous avons obtenu les divers doublets. Dans le doublet d'ordre 1, la raie correspondant à $\Delta j = 0$ est plus intense que sa compagne $\Delta j = 2$, phénomène explicable par le fait que la raie excitatrice couvre plusieurs raies d'absorption de l'iode [2].

2° Nous avons observé ensuite longitudinalement, et en sens inverse de la propagation, la fluorescence de la vapeur de mercure excitée en lumière polarisée circulairement.

La lumière de fluorescence a été à son tour analysée circulairement en séparant le spectre portant l'intensité I_r de la lumière circulaire de même sens que la lumière excitatrice, du spectre portant l'intensité I_i de la lumière circulaire inverse. Le rapport d'inversion I_i/I_r est désigné par r [3].

Nous avons pu observer dans le doublet d'ordre 1 que la raie correspondant à $\Delta j = 0$ est presque complètement régulière (r très petit), que la raie correspondant à $\Delta j = 2$ est fortement inversée (r grand).

Ces résultats expérimentaux confirment en première approximation les conclusions que M. Placzek vient de publier postérieurement à nos expériences, dans lesquelles il attribue à la composante $\Delta j = 0$ l'état de polarisation défini par $r = 1/6$, à la composante $\Delta j = 2$, l'état de polarisation défini par $r = 6$ [4].

RADIOACTIVITÉ. — *Séparation chimique des nouveaux radioéléments émetteurs d'électrons positifs.* Note [5] de Mme **Irène Curie** et M. **F. Joliot**, présentée par M. Jean Perrin.

Dans une Note précédente [6] nous avons montré que si l'on irradie certains éléments légers, B, Al, Mg, par les rayons α du polonium, la

---

(1) Ce cas sera étudié par l'un de nous dans une prochaine publication.

(2) Pringsheim, *loc. cit.*

(3) Le dispositif expérimental utilisé est celui de Hanle et Bär décrit dans *Ann. der Physik*, 11, 1931, p. 885.

(4) G. Placzek, *Rayleigh-Streuung und Raman-Effekt*, p. 372 (Leipzig, 1934); Partie 2 du tome 6 du *Handbuch der Radiologie*, 2e édition.

(5) Séance du 29 janvier 1934.

(6) Irène Curie et F. Joliot, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 254.

matière irradiée conserve une radioactivité relativement durable après l'enlèvement de la source de rayons α, radioactivité se manifestant par l'émission d'électrons positifs. Il y a donc création de radioéléments nouveaux, qui peuvent être soit des isotopes instables d'éléments connus, soit des noyaux connus formés dans un état d'excitation particulier. La première hypothèse, qui est la plus vraisemblable, conduit à considérer les noyaux $^{13}_{7}N$, $^{27}_{14}Si$, $^{30}_{15}P$ comme étant radioactifs avec émission de positrons.

Les périodes de décroissance de ces atomes sont respectivement 14 minutes, 2 minutes 30 secondes, 3 minutes 30 secondes, durées suffisamment longues pour entreprendre leur séparation chimique d'avec la matière irradiée.

En employant une source d'environ 100 millicuries de Po le nombre d'atomes radioactifs que l'on peut obtenir est de l'ordre de 100.000. La présence de ce très petit nombre d'atomes dans les diverses parties du traitement chimique peut être décelée en mesurant leur activité soit au moyen d'un compteur à électrons, soit par la méthode d'ionisation (électromètre Hoffman).

Les résultats que nous avons obtenus pour le bore et l'aluminium sont les suivants :

1° *Bore.* — La poudre de bore constituée par des grains compacts et peu attaquable par les agents chimiques se prêtent mal aux expériences. On a irradié du nitrure de bore BN [1]. Si l'on traite ce composé par la soude étendue, à chaud, il se décompose avec dégagement d'ammoniaque. On desséche le résidu non volatil contenant le bore qui est reconnu presque inactif, bien que l'opération n'ait duré que 6 minutes. *L'activité s'est séparée du bore sous forme d'un composé gazeux.* On peut décomposer le nitrure de bore irradié, par fusion avec de la soude à sec, dans un récipient vidé d'air relié à un tube de verre à paroi très mince plongeant dans l'air liquide. Après l'opération qui dure quelques minutes on scelle le tube refroidi, dans lequel s'est condensé NH^3 et on le transporte sur la chambre d'ionisation. On constate qu'une grande partie de l'activité initiale est recueillie dans le tube et l'on vérifie que cette activité décroît avec la période de 14 minutes. D'autre part un papier mince imbibé de ClH introduit dans le tube recueille une partie de l'activité en même temps qu'il se forme $ClNH^4$.

Il résulte de ces expériences que *l'élément émetteur de positrons est diffé-*

---

[1] L'azote irradiè par les rayons α de Po ne donnent pas d'éléments émettant un rayonnement de positrons durable.

rent du bore et se comporte chimiquement comme l'azote. Parmi les noyaux susceptibles d'être produits par transmutation du bore avec ou sans capture de la particule α on n'aperçoit pas d'autre corps formant un composé gazeux pouvant être dégagé et recueilli dans ces conditions.

2° *Aluminium.* — On irradie une feuille mince d'aluminium. Après la mesure de l'activité on dissout l'aluminium dans HCl et l'on évapore à sec. On constate que le résidu séché n'est plus actif. L'opération a duré 3 minutes.

On peut dissoudre l'aluminium dans un petit récipient et recueillir les gaz dégagés dans un tube à paroi trés mince sur une cuve à eau. L'opération dure trois minutes et demie. On bouche le tube et on le place sur la chambre d'ionisation. La plus grande partie de l'activité non détruite se retrouve dans le tube et l'on peut suivre sa décroissance. L'hydrogène naissant lors de l'attaque de Al a transformé l'élément radioactif en un composé volatil qu'il entraîne avec lui dans le tube à paroi mince. On sait que dans ces conditions PH_3 peut se former. On peut vérifier que si l'on oxyde les atomes radioactifs pendant la dissolution de Al en utilisant l'eau régale au lieu de ClH, le composé gazeux ne se forme pas. Enfin des essais de précipitation de phosphate de zirconium en milieu acide ont montré que l'activité peut être fixée dans le précipité tandis que Al passe en solution. Ces réactions montrent que très vraisemblablement l'élément radioactif, formé par transmutation de Al, a les propriétés chimiques du phosphore.

Des essais du même genre sont entrepris pour Mg.

En définitive ces expériences montrent que les réactions nucléaires que nous avons envisagées sont très probablement exactes. Les résultats obtenus constituent la première preuve chimique des transmutations et de la capture des particules α par les noyaux transformés. En effet les transmutations connues jusqu'ici ont lieu presque instantanément et aboutissent à la formation de corps stables. Nous n'avons pas le moyen de vérifier la nature chimique des atomes formés et l'on n'est guidé pour écrire les réactions que par les considérations énergétiques. Au contraire dans le cas où la transmutation donne lieu à la création d'un noyau radioactif de vie moyenne assez longue il est possible, comme nous l'avons fait, d'identifier la nature chimique de l'atome formé. Ce sont maintenant des raisons d'ordre physiques et chimiques qui montrent que les noyaux ${}^{13}_{7}N$, ${}^{30}_{15}P$ et probablement ${}^{27}_{14}Si$ doivent être radioactifs avec émission d'électrons positifs. Nous proposons d'appeler ces nouveaux éléments *radioazote*, *radiophosphore*, *radiosilicium*.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la dématérialisation des électrons positifs.* Note de M. **Jean Thibaud**, présentée par M. Maurice de Broglie.

1. Comparant les effets d'absorption des positrons et des électrons, j'ai montré ([1]) que l'arrêt des positrons dans le platine provoquait l'émission d'un rayonnement nouveau, d'un quantum moyen de 500 KVe et *quarante fois plus intense* (au moins) *que la radiation* X due à l'arrêt des électrons. L'aspect des courbes indique que les positrons subissent d'abord des diffusions multiples, perdent leur énergie cinétique, puis se dématérialisent en émettant les nombreux photons observés. J'ajouterai les détails suivants :

a. Par enregistrement photographique, la raie de positrons est d'abord localisée sur le film, avec un contour bien défini; puis, au delà de 500 mg/cm² d'absorbant, un noircissement *étendu*, à maximum aplati, se substitue à elle. Le faisceau de positrons, bien délimité, qui traversait l'écran, fait place à une radiation secondaire (photons) émise dans toutes les directions.

b. *Bilan énergétique de la dématérialisation.* — On se base sur le fait fondamental déjà énoncé : le nombre des photons secondaires émis est 40 fois plus grand si l'on envoie sur une lame de platine des positrons à la place d'électrons. Mais on connaît le rendement en photons X d'une anticathode Z : il est proportionnel à Z et à l'énergie des électrons. Tenant compte de l'énergie cinétique moyenne mesurée pour notre distribution d'électrons, on calcule un rendement de 5.10^{-2} photon par électron. Dans le cas des positrons, le rendement en nombre de photons, 40 fois supérieur, sera environ 2. Le nombre de photons (de 500 KVe) produits par l'arrêt d'un positron est donc d'au moins *un* et probablement deux ([2]). Un rendement aussi important, pour des corpuscules qui ont perdu une grande part de leur énergie cinétique, ne peut provenir que d'un processus de dématérialisation.

2. D'après la position du coude de la courbe d'absorption, j'ai indiqué une portée minima des positrons dans le platine correspondant à $0^{cm},03$.

([1]) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1629.

([2]) Je disais : « la transformation positron-photon se fait avec le rendement unité ». Ceci n'implique nullement, comme M. Joliot l'interprète (*Comptes rendus*, 198, 1934, p. 81), que l'on ne puisse observer qu'un *seul* photon par positron : un second photon correspondra, en fait, à la disparition simultanée d'un électron.

Voici une expérience différente, adaptée à l'étude de la diffusion et de la portée des positrons *dans les gaz*. L'enceinte étanche, qui renferme la source de positrons et le film, dans l'entrefer, est remplie d'un gaz à la pression p : on mesure le nombre des corpuscules reçus en fonction de p. Le chemin total L parcouru, dans le gaz, par le positron sur sa trajectoire trochoïdale s'obtient par rectification de cette dernière. Si R est le rayon de l'arc moyen décrit par la trochoïde entre la source et le film, on a, pour un demi-cercle : $L = 4\pi RH : \Delta H$, ΔH étant le gradient du champ H mesuré sur le diamètre des orbites.

Dans le cas de *l'air* les résultats expérimentaux acquis sont : 1° pour des parcours de nos positrons compris entre 10^2 et 5×10^2 cm d'air (pression normale), loi d'absorption *exponentielle*, avec le coefficient massique $\mu/\rho = 8,5$. Ceci confirme les résultats déjà annoncés, dans mes précédentes Notes, pour les éléments à l'état solide. L'absorption est d'ailleurs très forte au départ et ne prend son caractère exponentiel que pour les parcours supérieurs à 10^2 cm; 2° il n'est pas possible de dire, pour le moment, si la portée des positrons dépasse beaucoup 5×10^2 cm d'air.

3. Reste à déterminer la *fréquence* exacte de la radiation de dématérialisation du positron. Je doute qu'on puisse y parvenir par diffraction cristalline. La méthode photoélectrique (champ magnétique uniforme, focalisation), employée de la façon suivante, serait efficace : une source intense de positrons (de dématérialisation ou de transmutation) est logée à l'intérieur d'un tube étroit en plomb, l'épaisseur des parois ($> 0^{mm},5$) étant suffisante pour que tous les électrons positifs puissent s'y dématérialiser avec production des photons à mesurer. Ceux-ci se convertiraient en partie en photoélectrons dans la masse du radiateur de plomb. La mesure de l'énergie cinétique de ces derniers déterminerait la fréquence cherchée.

A ce propos, je rappelle avoir montré l'existence (*Thèse*, Paris, 1925, p. 71) par cette même méthode photoélectrique, de deux groupes γ, d'une énergie de 507 KVe, observés seulement avec le RaC et le ThC″, c'est-à-dire pour les substances possédant un spectre γ dépassant largement 10^3 KVe. Le groupe émis par le RaC était observé avec des radiateurs de Pb, Pt, W, Cé, Sb, Ag, et son intensité, relativement au groupe voisin 610 KVe, paraît plus grande dans le spectre β photoélectrique que dans le spectre β naturel. Enfin, la coïncidence numérique des énergies de ces groupes 507 pour le RaC et le ThC″ est frappante (raie photoélectrique du plomb : $RH = 2589$ avec γRaC; $RH = 2591$ avec γThC″). Des expé-

riences en cours confirment ces résultats anciens. On peut suggérer, sans trop d'invraisemblance, que ces photons seraient le résultat de la dématérialisation dans le radiateur des positrons *naturels* émis par la substance.

4. M. F. Joliot (*Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1622), reprenant mes recherches sur les positrons par la méthode de la trochoïde, décrit une expérience qui rétablirait également l'existence d'un rayonnement de dématérialisation : un compteur reçoit les positrons enroulés en trochoïde et en compte 5000 par minute. Puis l'on place sur le compteur une lame de plomb de $1^{mm},5$, arrêtant les positrons et il semble résulter de la Note de F. Joliot que l'essentiel de l'effet alors observé soit dû à des perturbations. On croit comprendre que l'on dénombre, dans le même temps, sous le plomb. 18 impulsions, parmi lesquelles 15,4 (soit 86 pour 100) seraient dues à des causes extérieures (activité du laboratoire. cosmiques?). F. Joliot propose d'en considérer 2,46 (14 pour 100) comme des photons d'annihilation. Il conclut de ces nombres, enfin, qu'il y aurait au total 10^4 photons produits dans l'angle 4π. Le multiplicateur 4000 nécessaire résulterait d'un essai avec les rayons γ du radium.

Pour qu'une expérience de ce genre soit complètement démonstrative il faut : 1° se mettre à l'abri des pollutions extérieures; 2° tracer la courbe complète d'absorption des positrons et montrer son *relèvement;* 3° mesurer, dans des conditions identiques, le rayonnement X produit par des électrons et montrer, ce qui est essentiel, qu'il est beaucoup plus faible. Ce sont les conditions dans lesquelles je me suis placé et qui me permettent de conclure à l'existence d'une radiation de dématérialisation.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la représentation des transformations nucléaires.* Note de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'étude expérimentale des désintégrations naturelles et provoquées a montré l'existence de particules élémentaires, proton, neutron, électron et positron et a posé le problème de leur existence à l'intérieur du noyau. D'autre part les différents essais de théorie de l'émission β naturelle ont conduit à admettre l'existence nécessaire d'un nouveau corpuscule ou neutrino dont les propriétés essentielles ont été décrites par F. Perrin (¹). Récemment M. L. de Broglie (²) a introduit dans la représentation du

(¹) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1625.
(²) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 136.

photon une particule nouvelle ou antineutrino. L'existence du neutrino et de l'antineutrino permet d'attribuer le spin $1/2 . h/2\pi$ à tous les corpuscules élémentaires.

La représentation des noyaux paraît donc devoir présenter un grand arbitraire. Toutefois des raisons de stabilité montrent qu'il est improbable qu'il existe des électrons libres à l'intérieur du noyau et l'on s'accorde actuellement pour bâtir celui-ci uniquement à l'aide de neutrons et de protons.

Les expériences de transmutation des éléments de M. Joliot (1) ont conduit celui-ci à admettre pour expliquer les radioactivités β^+ l'hypothèse de la complexité du proton. Cette hypothèse a été reprise par Fermi (2) qui considère le proton et le neutron comme deux états quantiques distincts d'un même corpuscule, le passage de l'un à l'autre se faisant avec émission d'un électron β^- et d'un neutrino.

Si l'on veut généraliser cette théorie afin d'obtenir une théorie synthétique des radioactivités naturelles et provoquées, l'on se trouve en face de deux possibilités qui, toutes deux, semblent donner une explication cohérente des faits observés.

La première repose sur l'hypothèse de l'existence de deux états possibles pour le proton, π et π_1 ; l'état π correspondant à la plus faible énergie serait le seul stable à l'intérieur des noyaux. Une perturbation extérieure apportant de l'énergie (photon, particule α de grande énergie) ferait passer le proton π à l'état π_1. Ce proton instable se décomposerait successivement en donnant un neutron et en émettant un positron et un antineutrino, puis le neutron se décomposerait à son tour en donnant un proton, un électron négatif et un neutrino :

$$\pi + W \to \pi_1,$$
$$\pi_1 \to \omega + \beta^+ + n_\gamma,$$
$$\omega \to \pi + \beta^- + n^{\dagger}.$$

La dernière partie de la désintégration n'aurait pas lieu si le noyau formé est susceptible de rester stable avec le neutron.

La première réaction correspondrait aux transmutations observées par M. Joliot avec émission de neutrons et de positrons.

Dans les désintégrations naturelles l'on peut admettre qu'à la suite d'une série de désintégrations α le rapport du nombre des neutrons au nombre

---

(1) *J. de Phys.*, 4, 1933, p. 494.

(2) *La Ricerca Scientifica*, 12, 1933, p. 3.

des protons s'est trouvé trop élevé pour la stabilité du noyau. Il y a alors production d'un proton π et émission de rayons β^- et de neutrino.

Le deuxième mode d'explication repose sur l'hypothèse de l'unicité du proton et de la dualité du neutron qui serait susceptible de deux états ω et ω_1, mais l'état stable à l'intérieur du noyau serait l'état de plus grande énergie. Le processus de désintégration le plus général s'effectuerait suivant le schéma :

$$\omega_1 \rightarrow \pi + \beta^- + n\uparrow,$$
$$\pi \rightarrow \omega + \beta^+ + n\downarrow.$$

Les désintégrations naturelles s'effectuent alors suivant la première réaction et tendent bien à relever le rapport du nombre des protons au nombre des neutrons. Les désintégrations artificielles résultent de la deuxième réaction, un proton en excès donnant un neutron émis puisque non stable dans le noyau et un positron.

Dans les deux cas, on peut avoir le passage direct de π_1 à π ou de ω_1 à ω, l'électron et le positron se matérialisant en donnant deux photons d'égale énergie et le neutrino et l'antineutrino donnant un photon d'énergie différente ou l'émission d'un électron, d'un positron et d'un photon correspondant à la combinaison du neutrino et de l'antineutrino, ce qui donnerait l'explication de la complexité des gerbes observées lors du choc d'un rayon cosmique contre un noyau.

Dans les deux cas, on peut expliquer la production des rayons γ qui accompagnent en général (exception pour RaE), l'émission du rayonnement β^- en considérant le fait que l'énergie de liaison du proton est plus faible que celle du neutron; la liaison du proton dans le noyau après la transformation devrait donc, dans les deux cas, libérer de l'énergie pouvant se retrouver dans le rayonnement γ.

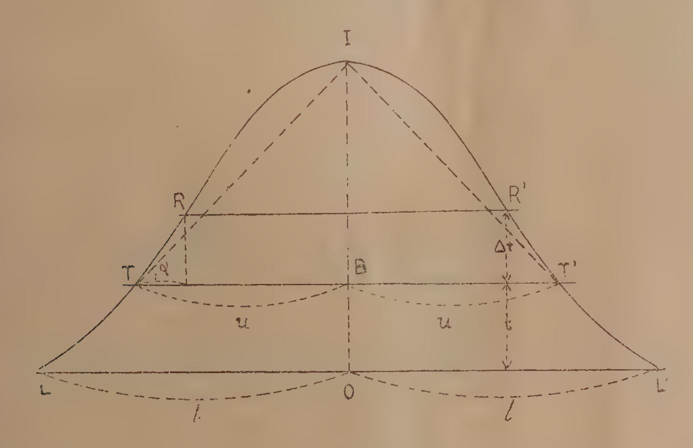
ANALYSE SPECTRALE. — *Procédé cinématique d'analyse spectrale quantitative.* Note ([1]) de M. **Alberto Betim.**

Dans une Note précédente ([2]) nous avons présenté un nouveau procédé d'analyse spectrographique quantitative applicable aux minéraux. Nos travaux repris en partant d'un point de vue théorique différent nous

([1]) Séance du 19 janvier 1934.
([2]) *Comptes rendus*, 166, 1918, p. 465.

permettent à présent d'effectuer en quelques heures un dosage minéral presque complet, exception étant faite pour quelques éléments chimiques qui demeurent insensibles.

Le principe repose sur la mesure de la masse des éléments chimiques à l'aide de la variation d'une de leurs raies pendant son électro-vaporisation faite à l'arc électrique. Pour cela nous déplaçons la plaque photographique verticalement devant une étroite ouverture à bords parallèles où vient se



former le spectre. Les différentes raies se présentent comme des lignes allongées, dont chaque niveau e correspond à un temps t d'électro-vaporisation. La vitesse de déplacement v étant constante nous avons $e = vt$. Si pour les niveaux successifs nous arrivons à déterminer la masse différentielle m du corps correspondant, en partant des éléments de la raie, nous aurons pour la masse totale $M = \int_0^{e_n} m\,de$, e_n étant la longueur de la raie.

La raie que nous étudions correspond à l'émission d'un nombre de photons proportionnel au nombre d'atomes excités du corps. Il s'agira donc de compter ce nombre par la simple étude de la raie.

Nous admettons que par suite d'un ensemble de causes, dont l'effet Döppler serait la dominante, la raie présente une largeur $\overline{LOL'}$; O étant sa longueur d'onde (figure). Nous admettons encore que, si nous prenons comme ordonnées à partir des différents points de LL' le nombre de photons qui corresponde à leur longueur d'onde, nous obtiendrons la courbe de fréquence en statistique $y = k/\sqrt{\pi}\, e^{-k^2x^2}$.

Le nombre total de photons (soit un nombre proportionnel au nombre d'atomes passant dans l'arc à un moment donné) sera donc

$$m = \frac{k}{\sqrt{\pi}} \int_{-l}^{+l} e^{-k^2 x^2}\, dx.$$

Supposons qu'un nombre t de photons soit nécessaire à insoler l'émulsion sensible de la plaque. Une ligne parallèle à LL′, ayant comme ordonnée t, donnera aux points T et T′, où elle intercepte la courbe, les limites visibles de la raie $TT' = 2u$.

La largeur de la raie sera donc $2u$. Elle sera évidemment variable, d'une part avec le nombre total de photons, puisque la courbe sera toujours limitée aux abscisses L et L′, d'autre part avec la sensibilité photographique. Nous représentons les valeurs m par l'aire triangulaire TI′T′ que nous appelons s.

La mesure de s peut être effectuée grossièrement à l'aide d'un oculaire micrométrique qui nous donne la base TT′, largeur de la raie, et d'une échelle d'opacités croissantes de valeur relative connue, laquelle fournit une mesure de la hauteur BI, c'est-à-dire l'intensité maximum. Ayant obtenu un certain nombre de valeurs s nous aurons une valeur

$$S = \Sigma s = \int_0^{e_n} s\, de$$

qui représentera la masse totale M. Cela permettra, en partant de masses connues, d'avoir la courbe $S = f(M)$.

En remplaçant les branches TI et T′I de la courbe (figure) par des lignes droites et en supposant que lorsque m varie ces droites se déplacent en faisant un angle constant α avec TT′, on peut facilement avoir, en remplaçant s et m respectivement par S et M,

$$M^2 - 2MS + S^2 - \frac{2l^2}{\operatorname{tang}\alpha} M - \frac{2l^2}{\operatorname{tang}\alpha} S + \frac{l^4}{\operatorname{tang}^2\alpha} = 0,$$

équation d'une parabole, ce qui confirme les résultats de l'expérience.

Pour que deux analyses soient comparables, il faut que l'impression photographique ait une sensibilité constante, car une valeur $t + \Delta t$ donnerait, évidemment, des valeurs $s' \neq s$ pour une même valeur m. Nous mesurons la sensibilité du cliché, en déterminant la valeur s de la raie 2478,66 Å du carbone, dans une région où la totalité de la matière se sera

déjà vaporisée, et en supposant que les débits de carbone deviennent ainsi constants. Cette valeur servira d'indice de sensibilité.

Ceci nous permettra de tracer non plus la courbe d'un élément chimique mais un système d'abaques correspondant à la fonction $f(M, S, t) = 0$, t étant l'indice de sensibilité. Chaque spectrogramme quantitatif porte donc inscrit son niveau de sensibilité.

En somme, en introduisant le facteur temps, par le développement de l'étendue de la raie, parallèlement à la durée de son émission, nous prétendons éviter les effets de fractionnement, tout en ayant une bonne sensibilité ; ce qui nous permet encore d'avoir une mesure précise du seuil de sensibilité du cliché.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les propriétés mécaniques des alliages or-cuivre.* Note [1] de MM. **W. Broniewski** et **K. Wesolowski**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Bien que les alliages or-cuivre soient d'un usage courant dans la frappe des monnaies, la bijouterie et l'art dentaire, leurs propriétés mécaniques sont peu connues. On ne peut signaler des études générales, en fonction de la composition, que pour la dureté (Kurnakow, Zemczuzny et Zasedatelew, 1916) et la résilience (Portevin et Durand, 1919).

Nos mesures ont été exécutées sur les alliages ayant servi à la détermination de la structure et dont la préparation et le traitement furent indiqués dans la Note précédente. Les éprouvettes d'essais avaient 1^{cm} de section pour la résilience et 5^{mm} de diamètre pour les autres mesures. Le mode de mesures est mentionné dans des études antérieures [2]. Les résultats sont reproduits sur la figure ci-après.

Les propriétés mécaniques de tous les alliages or-cuivre trempés paraissent bien correspondre aux solutions solides continues et se montrent satisfaisantes. La formation de la combinaison AuCu ne se trouve que partiellement empêchée par la trempe et se fait sentir surtout pour la résilience U.

L'effet de la formation des combinaisons AuCu et $AuCu^3$, au recuit, se

---

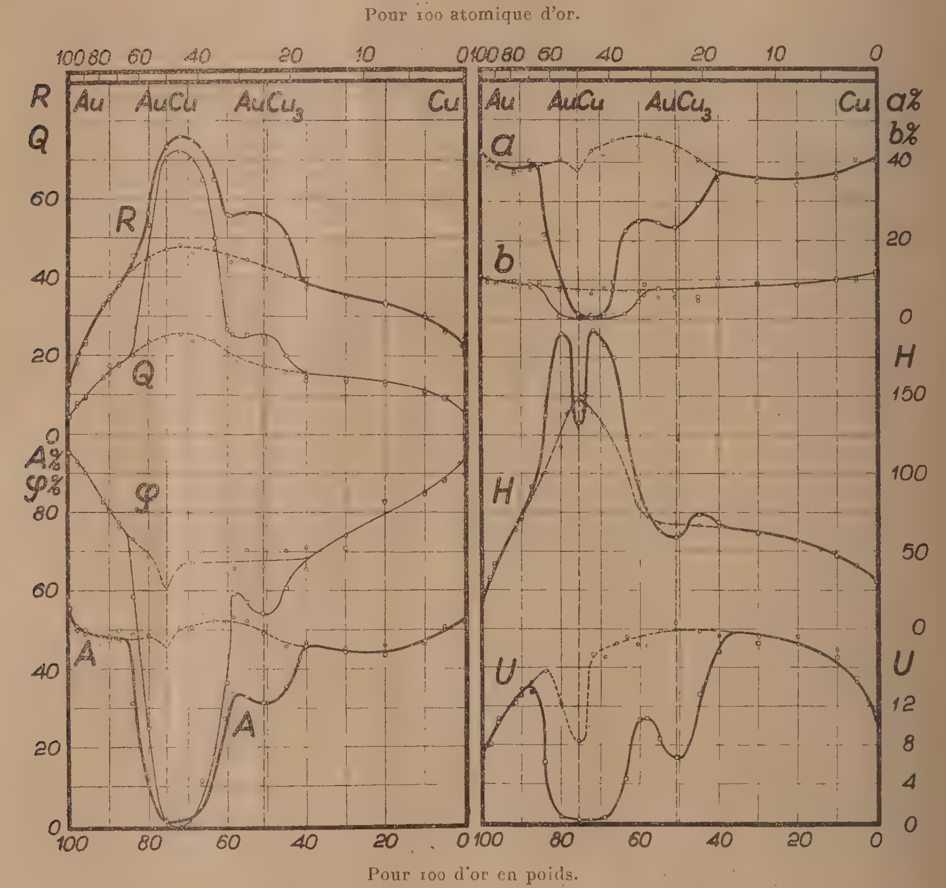
(1) Séance du 29 janvier 1934.

(2) *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 38; 194, 1932, p. 973 et 2047; 196, 1933, p. 174.

manifeste sur les propriétés mécaniques surtout entre 85 et 40 pour 100 d'or en poids.

La résistance à la traction R, la limite élastique Q et la dureté H se

Pour 100 atomique d'or.



Pour 100 d'or en poids.

R, résistance à la traction en kg/mm²; Q, limite élastique; φ, striction en pour 100; A, allongement total en pour 100 sur éprouvette internationale : L = 10d; a, allongement uniforme; b, allongement de striction = A — a; H, dureté Brinell; U, résilience en kgm/cm² sur petites éprouvettes françaises. Le trait continu correspond aux alliages recuits, l'interrompu aux trempés.

trouvent, en général, augmentées par le recuit des alliages sensibles à la formation des combinaisons.

La formation des combinaisons abaisse, par contre, la striction φ, les allongements A, a et b, ainsi que la résilience U. Cet effet est particulièrement sensible entre 80 et 65 pour 100 d'or, dans le domaine du com-

posé AuCu. Bien moins importante est l'influence de la formation du composé AuCu.

Les nombres suivants, interpolés et arrondis suivant les diagrammes, se rapportent aux alliages contrôlés par l'État en France.

Titre.	R.	Q.	A %.	*a* %.	*b* %.	φ %.	H.	U.
920	33	14	48	38	10	83	66	12
900	35	16	48	39	9	81	72	14
840 recuit	46	27	31	23	8	58	138	6
840 trempé	43	21	48	40	8	73	102	15
750 recuit	74	71	1	0,5	0,5	1	134	0,5
750 trempé	48	26	46	38	8	62	149	8
583 recuit	56	25	33	25	8	59	80	11
583 trempé	46	20	53	46	7	67	72	18

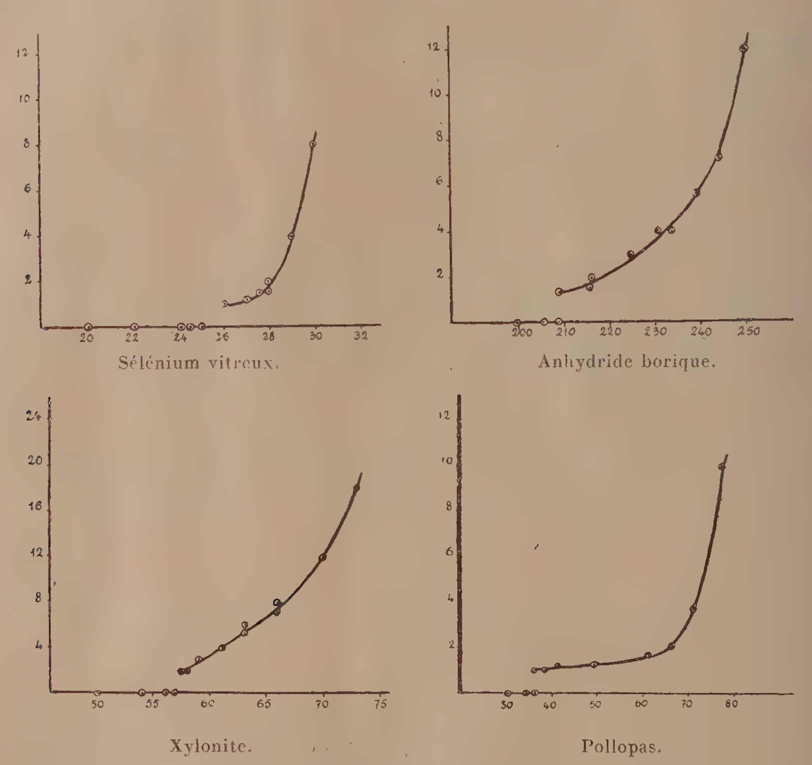
Les titres 920 et 900 se montrent parfaits en ce qui concerne leurs propriétés mécaniques. Pour le titre 840, pourvu encore de bonnes qualités mécaniques, la transformation au recuit commence à se manifester défavorablement, de sorte qu'à ce point de vue, une élévation du titre à 850 serait avantageuse. L'alliage au titre 750 est certainement le moins bon de tous ceux que l'or forme avec le cuivre et l'on ne voit pas l'intérêt que l'État trouverait en l'imposant à l'industrie. Le titre 583 (14 carats), autorisé en France pour l'exportation, apparaît satisfaisant par ses propriétés mécaniques, mais trahit, par une teinte rougeâtre, sa faible teneur en or.

PHYSICOCHIMIE. — *Étude du ramollissement des corps vitreux.* Note de M. **Édouard Rencker**, présentée par M. Urbain.

Un corps vitreux paraît se ramollir à la température où son coefficient de dilatation augmente brusquement ([1]). Il m'a semblé intéressant d'étudier par un procédé très sensible le mécanisme du ramollissement des verres. Dans ce but, j'ai mesuré la vitesse de pénétration d'une aiguille à température constante sous l'action d'un ressort. L'indice de plasticité ainsi obtenu est une propriété physique qui serait peut-être intéressante à déterminer dans bien des cas (étude des alliages mous, des métaux au voisinage du point de fusion). Fournout a d'ailleurs employé une méthode analogue à propos de l'étain.

(1) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 840.
(2) Fournout, *Diplôme d'études supérieures*, Paris, 1930; *Bull. Soc. chim.*, 47, 1930, p. 672.

L'appareil utilisé est un dilatomètre à amplification optique modifié. Une petite plaque du corps à étudier est placée entre la pointe d'une fine aiguille d'acier et le poussoir en silice du dilatomètre. La force du ressort de rappel suffit à maintenir en équilibre la plaque et c'est également sous l'action de cette force que pénètre l'aiguille. En opérant à température constante, la dilatation se trouve éliminée. On observe la pénétration de l'aiguille à l'aide de l'amplificateur optique du dilatomètre. Pour les



Les températures sont portées en abscisses, les ordonnées représentent, multipliées par 300, les vitesses de pénétration de l'aiguille en millimètres à l'heure.

différentes mesures, le rapport d'amplification était égal à trois cent; les expériences pouvant durer plusieurs heures, l'appareil est un enregistreur très sensible de la plasticité. Les températures, mesurées à l'aide d'un couple thermo-électrique, chromel-alumel, placé à côté de l'échantillon, étaient déterminées avec une précision de l'ordre du degré.

Les expériences ont porté sur le sélénium vitreux, sur un échantillon d'anhydride borique et sur des verres organiques industriels. Ces corps ont été choisis, pour des raisons d'appareillage, parce que le phénomène se

produit à des températures peu élevées. La pénétration apparaît à partir d'une *température de ramollissement* qui peut être définie à un degré près. Cette température n'a une valeur que pour des échantillons étudiés. Les verres organiques sont des produits industriels obtenus, le pollopas par polymérisation d'urée, la xylonite par dissolution de nitrocellulose; leurs propriétés ne sont pas rigoureusement constantes, elles varient d'un échantillon à l'autre et pour un même échantillon avec le temps. La température de ramollissement est inférieure dans tous les cas de quelques degrés à celle où le coefficient de dilatation augmente brusquement; ce faible écart dépend vraisemblablement des méthodes de mesure. Il faut remarquer en effet que la température où le coefficient de dilatation augmente brusquement est déterminée par une méthode dynamique qui introduit un retard. De plus, dans cette mesure, la température est indiquée par un couple thermoélectrique qui est toujours en avance sur l'échantillon en raison de sa faible capacité calorifique.

Les courbes ci-contre indiquent les variations de l'indice de plasticité en fonction de la température. Ces courbes ne semblent pas se raccorder à l'axe des températures. Ce phénomène est particulièrement net dans le cas du pollopas et dans celui de l'anhydride borique.

Il y a donc au point de ramollissement une discontinuité de l'indice de plasticité. En ce point, la fluidité du verre, l'inverse de sa viscosité, passe brusquement de zéro ou tout au moins d'une valeur extrêmement faible à une valeur mesurable. Il y a à ce point de vue une analogie entre le point de ramollissement des corps vitreux et le point de fusion des corps cristallisés. Cette analogie n'est d'ailleurs pas la seule.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Adsorption et catalyse sur l'alumine.* Note de M. **Guichard**, présentée par M. G. Urbain.

La transformation catalytique de l'alcool éthylique en éther et eau sur l'alumine, au-dessous de 250°, est bien connue ([1]), mais son mécanisme est encore fort obscur. Nos connaissances dans le domaine de la catalyse hétérogène ne peuvent progresser que par l'étude des phénomènes indépendants dont la somme règle la vitesse de la réaction.

([1]) Senderens, *Ann. Ch. Ph.*, 25, 1912, p. 449.

Ayant étudié autrefois les relations de l'eau avec l'alumine (¹), j'ai voulu faire des mesures analogues avec les vapeurs d'alcool ou d'éther et l'alumine.

L'alumine utilisée, préparée par l'action de l'acide chlorhydrique sur l'aluminate de soude, à froid, a été lavée jusqu'à ce qu'elle ne contienne plus que des traces de chlore, puis séchée à 500°.

On l'a placée successivement dans la vapeur d'eau, dans la vapeur d'alcool séché à la chaux puis dans la vapeur d'éther séché sur du sodium. A l'aide de l'appareil que j'ai déjà décrit (²), l'alumine, en l'absence d'air, et portée à une température déterminée, est soumise à des pressions variées de la vapeur, ce qui donne une courbe isotherme; ou bien la pression de vapeur étant fixée, on fait varier la température de l'alumine, d'où résulte une courbe isobare.

On s'assure que chaque point des courbes correspond bien à un état d'équilibre.

La fixation des vapeurs d'alcool ou d'éther se montre exactement réversible pourvu que l'on ne dépasse pas 200°, afin que ces vapeurs ne subissent pas de destruction. D'autre part, la fixation de l'alcool ou de l'éther donne comme l'eau, sur l'alumine préparée comme je l'ai dit, des équilibres bivariants, comme les équilibres d'adsorption.

Le diagramme ci-contre donne des courbes isobares.

D'autres mesures, faites à tension variable, montrent que, sur le diagramme ci-contre, la courbe de l'eau se déplacerait très légèrement vers la droite et celle de l'éther très sensiblement vers la gauche, dans le cas où l'on ferait les adsorptions de ces deux vapeurs sous des tensions égales à la moitié de celle de l'alcool.

En extrapolant légèrement les courbes vers le haut, on atteint 240°, température habituelle de la catalyse déshydratante de l'alcool.

On voit de suite que, sur l'alumine employée, l'adsorption de l'éther et celle de l'eau sont pratiquement nulles à la température de catalyse, et cela, même lorsque l'alcool est à moitié transformé, ce qui donne à l'eau et à l'éther des tensions égales à la moitié de celle de l'alcool.

Notons que le classement des valeurs d'adsorption serait le même sur une autre alumine, même moins calcinée; et admettons, au moins provisoirement, que les adsorptions simultanées de ces vapeurs se produisent

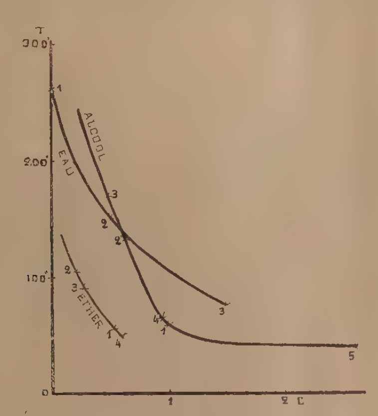
---

(¹) GUICHARD, *Bull. Soc. chim.*, 39, 1926, p. 190.

(²) GUICHARD, *Bull. Soc. chim.*, 31, 1922, p. 552.

comme les adsorptions individuelles ainsi qu'on l'observe sur d'autres systèmes.

Une opinion très répandue est que l'alumine agit sur l'alcool à cause de son aptitude à fixer temporairement l'eau formée; plus généralement, on pense parfois que si des molécules M arrivent sur un catalyseur, celui-ci favorise la formation des molécules M' qu'il adsorbe le plus fortement. Mais la proposition contraire explique aussi bien le phénomène. L'adsorption des substances M' résultantes ne paraît pas indispensable pour déterminer la



Isobares d'adsorption de vapeurs d'eau, d'alcool, d'éther sur l'alumine. — C, millimolécules/gr. de vapeur sur 1g d'alumine. T = températures. Pressions des vapeurs : eau 26mm; alcool 78mm,5; éther 635mm. Les numéros sur les courbes indiquent l'ordre dans lequel les points ont été déterminés.

réaction et cette adsorption a sûrement l'inconvénient d'encombrer la surface du catalyseur.

Nous gardant de généraliser à d'autres systèmes, concluons qu'à la température de catalyse, les vapeurs d'alcool, d'éther, d'eau ne peuvent s'unir à l'alumine que suivant des mécanismes bivariants, d'adsorption, et que, durant plus de la moitié de la réaction de déshydratation de l'alcool, les molécules d'alcool sont plus fortement adsorbées que les autres, ce qui crée une circonstance favorable à l'accélération de cette réaction par l'alumine.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Hydrolyse de quelques métallotartrates alcalins.* Note (1) de M. **J.-P. Mathieu**, présentée par M. A. Cotton.

Dans une récente Communication (2) j'ai étudié la formation et l'isolement d'une série de métallotartrates alcalins du type

$$[TMe(OH)^2]Na^2 (T = C^4H^2O^6 ; Me = Mn, Fe, Co, Ni, Zn).$$

En solution aqueuse, ces complexes subissent des transformations que je me propose d'étudier ici.

Si l'on mesure les variations de pH de solution des tartrates simples de ces métaux $[TMe(OH^2)^2]$ (concentration 0,13 M) à mesure qu'on leur ajoute de la soude, la courbe $pH = f(NaOH)$ est assez analogue à une courbe de saturation. Sa pente est d'abord faible, puis devient rapide dans une partie de la courbe qui admet une tangente d'inflexion, et s'atténue de nouveau. L'accroissement rapide de l'alcalinité ne se produit ni pour la proportion de 1 molécule de NaOH pour 1 molécule de tartrate qui correspond à la formation des composés $[TMe(OH)^2]Me$, ni pour la proportion 2NaOH pour laquelle se forment les composés $[TMe(OH)^2]Na^2$, mais pour la proportion 1,2 à 1,5 NaOH. Pour 2NaOH la courbe a déjà atteint son palier final et le pH est compris entre 11 et 12 : on en conclut que les métallotartrates sont hydrolysés.

Les solutions aqueuses des composés cristallisés $[TMe(OH)^2]Na^2$ sont en effet alcalines à la phénolphtaléine. Si on les dilue suffisamment, on voit dans tous les cas apparaître un précipité.

Le composé $[TZn(OH)^2]Na^2$ n'est stable qu'en solutions concentrées (1 mol/lit). L'addition d'eau produit un précipité d'abord amorphe, puis rapidement cristallin, formé de $Zn(OH)^2$ pur. Ainsi ce complexe est très peu stable en solution.

Dans le cas des composés de Mn, Fe, Co, une plus forte dilution est nécessaire pour faire apparaître un précipité. L'analyse montre qu'il est constitué par le tartrate basique $[TMe(OH)^2]Me$. L'hydrolyse de ces métallotartrates ne donne donc pas seulement naissance à la base et à l'acide qui les forment, selon le schéma :

$$(\alpha) \qquad [TMe(OH)^2]Na^2 + 2H^2O \rightleftharpoons [TMe(OH)^2]H^2 + 2NaOH ;$$

mais si l'on veut tenir compte de la formation du tartrate basique, on est

(1) Séance du 29 janvier 1934.

(2) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 251.

conduit à écrire la réaction d'hydrolyse sous la forme

$$(\beta) \quad 2[\mathrm{TMe(OH)^2}]\mathrm{Na^2} + 2\mathrm{H^2O} \rightleftharpoons [\mathrm{TMe(OH)^2}]\mathrm{Me} + \mathrm{TNa^2} + 2\mathrm{NaOH}.$$

Ce mécanisme d'hydrolyse entraîne quelques conséquences vérifiables. On voit que la formation du métallotartrate doit être favorisée par l'addition de NaOH et de $\mathrm{TNa^2}$. Pour ce qui est de la soude, on sait en effet qu'une certaine quantité est nécessaire à la formation des métallotartrates. L'action du tartrate de sodium est montrée d'abord par le fait que sa présence rend plus difficile la précipitation du tartrate basique par dilution. L'étude du dichroïsme circulaire dans le cas du composé de Co permet de confirmer cette action : le composé $[\mathrm{TCo(OH)^2}]\mathrm{Co}$ possède dans le vert un dichroïsme circulaire supérieur à celui de $[\mathrm{TCo(OH)^2}]\mathrm{Na^2}$; $\mathrm{TNa^2}$ n'est pas dichroïque dans cette région du spectre. L'addition de $\mathrm{TNa^2}$ à une solution de $[\mathrm{TCo(OH)^2}]\mathrm{Na^2}$ doit donc, si elle fait reculer l'hydrolyse, produire une diminution du dichroïsme circulaire δ de cette solution. C'est ce que l'expérience confirme.

Exemple : Série de mélanges contenant tous dans $10^{\mathrm{cm^3}}$: $2^{\mathrm{cm^3}}[\mathrm{TCo(OH)^2}]\mathrm{Na^2}$ 0,295 M, $n^{\mathrm{cm^3}}$ $\mathrm{TNa^2}$ 1 M *et* $(8-n)^{\mathrm{cm^3}}$ $\mathrm{H^2O}$:

n	0.	0,5	1.	2.	3.	5.	8.
δ_{546}	1°,76	1,67	1,58	1,48	1,44	1,40	1,39

L'action qualitative de NaOH et de $\mathrm{TNa^2}$ sur l'équilibre d'hydrolyse représenté par l'équation (β) est ainsi démontrée. Mais cette équation peut être soumise à une vérification quantitative. En effet, dans une solution aqueuse de $[\mathrm{TMe(OH)^2}]\mathrm{Na^2}$ pur et dont la concentration moléculaire est c, il se forme d'après (β) : a molécules de NaOH, $a/2$ molécules de $\mathrm{TNa^2}$ et $a/2$ molécules de $[\mathrm{TMe(OH)^2}]\mathrm{Me}$. L'équilibre ($\beta$) s'exprime par la relation

$$\frac{a^3}{2(c-a)^2} = \mathrm{K}_2 \quad (^1).$$

Au contraire, si l'hydrolyse se produisait suivant l'équation (α), c'est l'expression $a^3/(c-a) = \mathrm{K}_1$ qui devrait être constante.

---

(1) Cette expression, qui résulte de l'application de la loi d'action des masses, ne fait naturellement pas intervenir la concentration $a/2$ du composé $[\mathrm{TMe(OH)^2}]\mathrm{Me}$ peu soluble dans l'eau et dont la concentration en solution doit être constante en présence d'une quantité quelconque de corps de fond. Les solutions étudiées plus bas contenaient toutes une phase solide de $[\mathrm{TMe(OH)^2}]\mathrm{Me}$.

Les mesures ont été faites sur le composé $[TCo(OH)^2]Na^2$. On mesure c par pesée, et la concentration a des ions OH^- libérés par hydrolyse au moyen d'une électrode d'hydrogène ([1]). Les résultats combinés de deux séries de mesures à 20° ± 1°C sont rapportés dans le tableau suivant :

$c \times 10^2$.	3,96	3,76	2,96	2,66	2,06	1,485	1,28	0,932	0,763	0,598	0,333
$a \times 10^3$.	4,3	2,85	3,2	2,8	2,2	1,6	1,45	1,3	1,15	0,80	0,55
$K_1 \times 10^7$.	22,5	6,3	12,4	9,1	5,8	3,1	2,7	2,75	2,35	0,98	0,60
$K_2 \times 10^5$.	3,1	0,94	2,34	1,93	3,1	1,16	1,18	1,70	1,80	0,97	1,05

Les valeurs de K_2 sont relativement constantes ([2]), alors que K_1 varie beaucoup et systématiquement. L'équation (β) représente donc convenablement le mécanisme de l'hydrolyse des composés de Mn, Fe, Co.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur quelques propriétés d'un cupro-nickel au glucinium.* Note de M. **Marcel Ballay**, présentée par M. Léon Guillet.

Masing et Pocher ([3]) ont signalé le durcissement des cupro-nickels au glucinium préalablement trempés, lorsqu'on les réchauffe entre 300 et 600°.

J'ai étudié les conditions dans lesquelles se produit le durcissement et cherché à préciser l'influence de l'écrouissage sur le vieillissement de l'alliage trempé, de même que l'influence du durcissement sur la résistauce à la corrosion.

L'alliage étudié avait comme composition :

Ni = 67,52, Cu = 29,94, Gl = 1,14, Fe = 0,62, Mn = 0,25, Mg = 0,07.

Coulé en coquille il fut laminé à froid après trempe à l'eau à 1075°. La réduction de section après la dernière trempe fut d'environ 20 pour 100.

Le durcissement par recuit a été suivi, notamment, en mesurant la dureté à la bille (pression 500^{kg}, diamètre de bille 5^{mm}) :

([1]) On mesure en réalité l'*activité* des ions OH^-. Faute de données suffisantes, je n'ai pas tenu compte du coefficient d'activité γ de ces ions dans le calcul de K. Dans ses mesures électrométriques sur l'hydrolyse de $CrCl^3$, Bjerrum admet, pour $c = 2,17.10^{-2}$, $\gamma = 0,93$ pour les ions H^+ (*Zeits. für Phys. Chemie*, **59**, 1907, p. 341).

([2]) En admettant que le pH soit connu à 0,02 près, on voit aisément que l'erreur relative sur K_2 peut dépasser 15 pour 100.

([3]) *Wissensch. Veröffentl. aus dem Siemens-Konzern*, **11**, 1932, p. 95-98.

a. sur l'alliage trempé à l'eau après chauffage à 1025° pendant 15 minutes, non écroui;

b. sur l'alliage trempé comme ci-dessus, puis écroui par un allongement de traction de 20 pour 100;

c. sur l'alliage trempé et écroui par laminage.

Les chauffages se sont échelonnés entre 100 et 900°, les mêmes éprouvettes subissant successivement les chauffages à températures croissantes. Les principaux résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous.

TABLEAU I.

	Dureté Brinell.		
	Trempé non écroui.	Trempé puis écroui par traction (allongement 20 %).	Trempé puis écroui par laminage.
Non chauffé	154	250	269
Chauffé 100 heures à 100°	154	253	263
» 200°	188	259	267
Chauffé 30 minutes à 300°	204	269	275
Chauffé 3 heures à 300°	235	277	289
» 400°	334	271	374
» 500°	392	407	420
» 550°	353	401	416
» 600°	301	311	342
» 750°	217	217	217

100 heures de chauffage à 100° ne modifient pas la dureté de l'alliage trempé, écroui ou non. Un chauffage à 200° pendant 100 heures élève nettement la dureté de l'alliage non écroui, mais ne modifie pas celle des éprouvettes écrouies qui, à ce point de vue, apparaissent comme plus stables. Entre 200 et 300° la dureté s'élève beaucoup plus rapidement pour le cupronickel non écroui. Entre 300 et 500° les courbes dureté-température de chauffage sont sensiblement parallèles; les alliages écrouis restent plus durs jusque vers 650°. On peut remarquer aussi que l'effet des recuits est très sensiblement le même que l'alliage soit écroui par traction ou par laminage.

L'écrouissage rend donc l'alliage moins susceptible de durcir par chauffage entre 100 et 300°. On peut expliquer ce fait de deux manières différentes : *a.* l'écrouissage produirait en partie la précipitation du composé ou le regroupement atomique auquel on attribue le durcissement; *b.* l'écrouissage au contraire retarderait la précipitation et s'y opposerait aux basses températures. Il est difficile de préciser actuellement, mais la

deuxième hypothèse paraît mieux expliquer les faits si l'on considère qu'un allongement de 20 pour 100 produit sensiblement la même augmentation de dureté sur le cupro-nickel au glucinium considéré et sur un cupro-nickel au fer et au manganèse (métal Monel) de même teneur en nickel non susceptible de durcissement par réchauffage après trempe.

Corrosion. — Les pertes de poids ont été déterminées par corrosion dans des solutions normales d'acide chlorhydrique et d'acide nitrique purs. Le tableau ci-dessous donne les pertes de poids en grammes par mètre carré et par heure pour des échantillons trempés et écrouis par laminage et sur ces échantillons chauffés à diverses températures, notamment à 550° pendant 30 minutes, condition donnant la dureté maximum.

Tableau II.

	Dureté Brinell.	Perte de poids (g/m^2/heure) HCl N (336 heures).	NO^{3}H N (165 heures).
Trempé	166	0,185	0,216
Trempé, revenu 300°, 30 minutes	234	0,185	—
Trempé, revenu 550°, 30 minutes	393	0,209	0,255
Trempé et recuit 875°, 30 minutes, refroidissement lent	220	0,205	0,209
Trempé, écroui	267	0,190	0,202
Trempé, écroui et revenu 550°, 30 minutes	433	0,193	0,211

Le durcissement par précipitation a donc peu d'influence sur la corrosion; il n'a pas été constaté de corrosion intergranulaire intense pour les échantillons au maximum de dureté bien que le microscope révèle une précipitation nette dans les joints des grains. L'alliage recuit à 875° et refroidi lentement contient un constituant uniformément dispersé alors que la trempe donne une solution solide homogène.

COLLOÏDES. — *Sur la nature des radio-colloïdes. Sur les solutions colloïdales données par le nitrate de bismuth.* Note (1) de M. **M. Haïssinsky**, présentée par M. G. Urbain.

On sait depuis les expériences de Paneth et de Godlewski (1913) que les solutions de certains radioéléments, notamment des isotopes de Pb, Bi

(1) Séance du 22 janvier 1934.

et Po, présentent dans des conditions déterminées de pH tous les caractères des solutions colloïdales et qu'il existe depuis lors une controverse sur la nature du phénomène : formation de vrais colloïdes ou adsorption par des impuretés. Récemment, O. Werner (¹) a étudié par la méthode de centrifugation le degré de dispersion des solutions de ThB et ThC en présence d'acides et de divers sels. Ces résultats concernant les quantités de ThC centrifugeables, dans un temps déterminé, en fonction du pH sont représentés schématiquement par la figure qui présente, comme on le voit, deux maxima et un minimum. Un maximum a été trouvé également pour l'effet d'addition de ClNa (²). Werner interprète ses expériences en admettant la présence en solution *d'anions* de ThC adsorbés par des impuretés colloïdales invisibles et chargées positivement, et en faisant certaines autres hypothèses complémentaires. Je reviendrai ailleurs sur le bien-fondé de ces suppositions, mais j'ai pensé que de toute façon les faits très intéressants observés par Werner pour le ThC pourraient être mieux compris si l'on connaissait le comportement de quantités pondérables de son isotope Bi dans les mêmes conditions. J'ai procédé pour cela de la manière suivante :

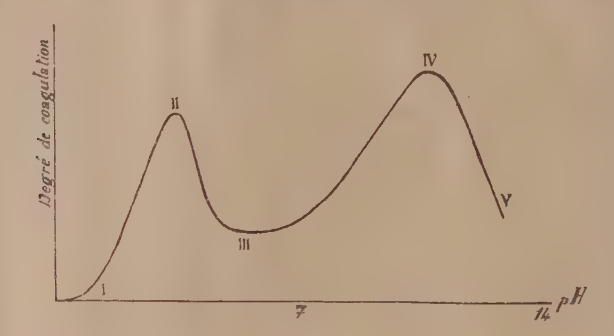
180 à 200^{mg} de nitrate de Bi cristallisé sont mis et écrasés dans 100^{cm^3} d'eau bidistillée et filtrés à travers un filtre Durieux n° 111 (bande rouge). Le filtrat limpide obtenu contient environ 30^{mg}, de Bi (2,5 millimol/litre) et son pH est voisin de 2,5. On prépare à partir de ce filtrat, par addition de quantités convenables d'acide nitrique ou d'ammoniaque dilués et de H^2O, une série de solutions de pH différents, mais ayant chacune le même volume et contenant la même quantité de Bi. Au bout de 2 à 3 jours, ou même avant, les solutions deviennent plus ou moins opalescentes et l'on peut parfois observer déjà à l'œil nu que le degré d'opalescence suit (dans la région acide à laquelle j'ai limité mes expériences) une allure tout à fait analogue à celle que Werner a observée pour la centrifugation de ThC (voir figure), avec toutefois cette différence que le maximum et le minimum sont déplacés vers les pH plus faibles (respectivement 2,2 et 3,5). Plus généralement, ces variations sont difficilement perceptibles à l'œil mais elles sont mesurables par néphélométrie. On obtient le même résultat si l'on centrifuge les solutions, pendant une demi-heure ou une heure, en présence de ThC ou

(¹) O. Werner, *Zeit. phys. Chem.*, A. 156, 1931, p. 89.

(²) Des résultats analogues ont été obtenus pour le polonium par A. Korvezee (*Journ. Chim. Phys.*, 30, 1933, p. 130).

de RaE, et l'on dose par des méthode radioactives les quantités déposées sur les parois des tubes et celles qui sont restées en solution.

On peut enfin étudier le phénomène d'une autre manière plus rapide : on ajoute aux solutions un nombre déterminé de gouttes d'une solution de ClNa 0,001 *m* en ayant soin que ce nombre soit à peine suffisant pour provoquer, dans les solutions de degré de dispersion maximum, une très



légère opalescence; on constate alors, après 1 ou 2 heures, que celle-ci croît d'abord avec le pH, passe par un maximum, décroît ensuite, etc.

Le filtrat initial et les solutions (pas trop acides), préparées à partir de celui-ci, précipitent également par addition d'autres électrolytes : chlorures de K, d'ammonium, de Ba et de Th, nitrates de Na, de K, d'Ag, de Pb, de La et de Th, sulfates de K et de Cu, acétates de Na et de Ba, $FeCy^6K^4$, etc. Avec les citrates alcalins il se forme un précipité qui disparaît presque aussitôt La concentration molaire minimum nécessaire pour faire apparaître, au bout de 3 à 5 minutes, une opalescence dans 10^{cm^3} du filtrat par addition de 1^{cm^3} d'une solution de ClNa est à peu près $10^{-3}\,m$. Elle n'est pas très différente pour ClK et pour Cl^2Ba et elle est environ deux fois plus faible pour SO^4K^2; l'action des nitrates, par contre, est beaucoup plus faible et plus lente. Pour des concentrations très grandes des chlorures alcalins ($\sim 4\,m$ pour ClNa) le précipité se redissout entièrement (formation de complexes bien connue). Les effets produits par les électrolytes correspondent également aux observations de Werner pour ThC, tout au moins pour ceux que nous avons examinés l'un et l'autre.

Les faits exposés indiquent nettement que le comportement de ThC trouvé par Werner est inhérent à la nature des composés du bismuth luimême et que les impuretés éventuelles ne peuvent jouer qu'un rôle secondaire. Ce comportement, assez complexe à première vue, s'interprète, en

effet, si l'on se rappelle que l'hydroxyde de Bi (produit par hydrolyse de ses sels) forme des solutions colloïdales, dans lesquelles il est chargé positivement ([1]). Ceci explique l'action coagulante des électrolytes et l'influence prédominante de la nature des anions sur celle-ci. Mais l'acide nitrique, en concentration modérée, agit naturellement comme un électrolyte quelconque, ce qui explique la branche III-II de la courbe. On sait d'autre part que les ions H^+, en très faible concentration, exercent une action peptisante sur les colloïdes positifs; cette action est représentée par la branche III-IV. Enfin, les branches II-I et IV-V sont dues à la dissolution ionique de l'hydroxyde avec formation respective d'ions Bi^{+++} et de bismuthate.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acide bromhydrique sur l'acide phénylarsinique et l'acide p-aminophénylarsinique.* Note de M. J. **Prat**, présentée par M. G. Urbain.

Benda ([2]) et Montagu Alexandra Phillips ([3]) ont signalé que le groupement AsO^3H^2 des acides arsiniques est remplacé par Br lorsqu'on chauffe ces acides à l'ébullition avec l'acide bromhydrique. Schuster ([4]) dans les mêmes conditions obtient du bromobenzène à partir de l'acide phénylarsinique et du bromhydrate de 4-bromaniline à partir de l'acide *p*-aminophénylarsinique. La réaction est en fait assez compliquée.

Avec l'acide phénylarsinique il y a d'abord formation de bromure de phényltrihydroxyarsonium analogue aux dérivés déjà signalés ([5])

$$(I) \qquad C^6H^5AsO^3H^2 + BrH = [C^6H^5As(OH)^3]Br.$$

L'acide bromhydrique en excès réagit sur ce bromure en remplaçant les oxhydriles par des Br

$$(II) \qquad [C^6H^5As(OH)^3]Br + 3BrH = (C^6H^5AsBr^3)Br + 3H^2O.$$

Bien que cette phényltétrabromarsine n'ait pas été isolée, il est normal d'envisager sa formation tout à fait analogue à celle de la tétraiodarsine

([1]) W. Biltz, *Ber. deut. chem. Ges.*, 35, 1902, p. 4434.
([2]) *Ber. d. chem. Ges.*, 45, 1912, p. 53.
([3]) *J. Chem. Soc.*, 135, 1932, p. 2400.
([4]) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 611.
([5]) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 489; 197, 1933, p. 67.

$IH^3N.C^6H^4AsI^4$ obtenue par réaction de IH sur $H^2N.C^6H^4AsO^3H^2$ [1]. La tétrabromarsine formée subit alors les deux décompositions signalées par La Coste et Michaelis [2] pour la phényltétrachlorarsine.

(III) $(C^6H^5AsBr^3)Br = C^6H^5AsBr^2 + Br^2$,

(IV) $(C^6H^5AsBr^3)Br = C^6H^5Br + AsBr^3$.

La phényldibromarsine, le bromobenzène, le tribromure d'arsenic ont été isolés, les vapeurs rouges du brome apparaissent pendant la réaction.

Avec l'acide *p*-aminophénylarsinique l'allure générale de la réaction est la même, à une réaction supplémentaire près,

(I′) $H^2N.C^6H^4AsO^3H^2 + 2BrH = Br[H^3N.C^6H^4As(OH)^3]Br$

(II′) $Br[H^3N.C^6H^4As(OH)^3]Br + 3BrH = Br(H^3N.C^6H^4AsBr^3)Br + 3H^2O$

(à rapprocher de la formation de $IH^3N.C^6H^4AsI^4$, *loc. cit.*)

(III′) $Br(H^3N.C^6H^4AsBr^3)Br = BrH^3N.C^6H^4AsBr^2 + Br^2$,

(IV′) $Br(H^3N\langle\ \rangle AsBr^3)Br = BrH^3N\langle\ \rangle Br + AsBr^3$.

Le bromure libéré par la réaction (III′) réagit alors sur le bromhydrate de 4-bromaniline pour donner le bromhydrate de 2.4-dibromaniline

Le dibromure d'acide arsanilique a été isolé impur, l'existence du bromhydrate de *p*-aminophényldibromarsine a été démontrée, les bromhydrates de 4-bromaniline et 2.4-dibromaniline ainsi que $AsBr^3$ ont été isolés.

Acide phénylarsinique. — 50g de cet acide sont introduits dans un ballon traversé par un courant de BrH gazeux. Il se produit une forte coloration rouge, l'acide phénylarsinique disparaît peu à peu et fait place à un liquide en deux couches. Après séchage sur SO^4Na^2 la couche inférieure est fractionnée. On obtient trois fractions :

a. Entre 62-65° sous 25-30mm, cette fraction est du bromobenzène identifié par son point d'ébullition, Eb_{760} 154° et par son pour 100 de Br : trouvé, 51,4; calculé, 51 pour 100;

b. Entre 105-115° sous 20-25mm, cette fraction cristallise dans le réfrigérant. C'est du tribromure d'arsenic qui a été identifié par son P. F. 31°, son pour 100 de Br : trouvé, 76,5; calculé, 76,2 pour 100; et son pour 100 d'As : trouvé, 24 pour 100; calculé, 23,8 pour 100;

c. A 149° sous 18mm, phényldibromarsine identifiée par son pour 100 d'As : trouvé,

---

(1) Patta et Caccia, *Estr. dal. boll. soc. med. chir. di Pavia*, 1911; *Arch. far sper.*, **12**, 1912, p. 546.

(2) La Coste et Michaelis, *Ann. der Chemie*, **201**, 1880, p. 198.

24,05 pour 100; calculé 24 pour 100; et son pour 100 de Br : trouvé, 52 pour 100; calculé, 51,3 pour 100.

La couche supérieure acqueuse bromhydrique contenait de l'acide phénylarsinique non attaqué.

Acide p-aminophénylarsinique. — 30^g de cet acide sont triturés avec 60^{cm^3} d'acide bromhydrique $d = 1,76$ à la température du laboratoire. Au début, tout se prend en masse, puis il se forme une gomme qui se rassemble et se sépare de BrH. Après un jour de repos, cette gomme, devenue granuleuse, est écrasée, puis la poudre formée filtrée et séchée au dessiccateur. Par lavage au benzène on extrait $AsBr^3$. Le reste, dissous au bain-marie dans 100^{cm^3} d'eau, est additionné d'une solution de CO^3Na^2, qui précipite les amines et le *p*-aminophénylarsenoxyde. Il se forme une huile que l'on décante. Au refroidissement, cette huile durcit et forme une gomme. On extrait la partie aqueuse à l'éther et lave soigneusement la gomme dans l'éther. L'éther contient la 2.4-dibromaniline et la 4-bromaniline que l'on sépare par dissolution du mélange dans peu d'alcool et précipitations fractionnées par addition d'eau. La 2.4-dibromaniline précipite d'abord. Le reste, entraîné à la vapeur, donne en premier lieu la 4-bromaniline, puis vers la fin de l'entraînement, le peu de 2.4-dibromaniline restant. Ces amines ont été identifiées par leur point de fusion, le point de fusion de leur anilide acétique et le dosage de Br.

La gomme brune, dissoute dans la soude *n* et additionnée de ClH conc. donne, au bout de 24 heures, des cristaux de chlorhydrate de *p*-aminophényldichlorarsine. Ces cristaux sont purifiés par une deuxième dissolution dans la soude diluée, puis reprécipitation par ClH conc. à l'état de $ClH^3N.C^6H^4AsCl^2$ qui est identifié par dosage d'As; trouvé, 27,1 pour 100; calculé, 27,25 pour 100 et dosage de Br à la chaux; trouvé, 39,05 pour 100; calculé, 38,7 pour 100.

Alors que la décomposition de la phényltétrabromarsine se fait principalement suivant l'équation (III) avec formation prépondérante de phényldibromarsine, il est à noter que la décomposition du bromhydrate de *p*-aminophényltétrabromarsine se fait surtout suivant l'équation (IV'), le bromhydrate de *p*-aminophényldibromarsine se trouvant en très petite quantité dans les produits de la réaction.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude expérimentale sur la modification du faciès des cristaux qui prennent naissance dans une solution contenant certaines matières étrangères.* Note (1) de M. L. **Royer**.

Dans une Note précédente (2) j'ai précisé quelles étaient les relations de structure qui doivent exister entre le cristal d'un corps A et le cristal d'un corps B pour que B dissous dans une solution de A soit susceptible de

(1) Séance du 22 janvier 1934.

(2) L. Royer, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 185.

modifier le faciès des cristaux abandonnés par cette solution. Ces relations sont identiques à celles qui sont nécessaires pour réaliser l'épitaxie dipériodique. C'est ce que mettent en évidence les exemples ci-dessous.

1. Le chlorure de cadmium $CdCl^2$ est rhomboédrique; sa maille plane élémentaire dans le plan a^1(111) est définie par un losange de coté 3,85 Å. Ce plan a^1(111) ne renferme qu'une sorte d'ions, soit des ions Cl, soit des ions Cd.

Le chlorure de sodium NaCl est cubique; la plus petite maille du plan a^1(111) est constituée par un losange de côté 3,97 Å. Le plan a^1(111) ne contient que des ions d'un seul signe.

D'après ces données, il est évident que $CdCl^2$ est susceptible de donner un accolement régulier sur la face a^1(111) de NaCl et sur cette face seulement.

Par conséquent, on doit s'attendre à ce que $CdCl^2$ dissous dans une solution de NaCl dans l'eau fasse paraître sur les cristaux de NaCl les faces de a^1(111).

C'est bien ce qui a lieu. En solution dans l'eau pure NaCl cristallise en forme de cubes; dans une solution additionnée de $CdCl^2$ les cristaux de NaCl qui se précipitent ne montrent que la forme a^1(111).

Les conditions sont identiquement les mêmes avec $ZnCl^2$ et $MnCl^2$; ces deux corps ont même symétrie que CdCl avec des paramètres de 3,77 Å et 3,70 Å dans le plan a^1(111).

Par contre on constate que $CdCl^2$, $ZnCl^2$ et $MnCl^2$ sont sans action aucune sur KCl.

On saisit de suite à quoi cela est dû : le paramètre du plan a^1(111) de KCl est de 4,43 Å. Cette valeur est trop différente de celles de 3,85 Å ($CdCl^2$), 3,77 Å ($ZnCl^2$) et 3,70 Å ($MnCl^2$). Il n'y a plus d'accolement orienté de $CdCl^2$, $ZnCl^2$ et $MnCl^2$ sur la face a^1(111) de KCl et de même ces trois chlorures bien que présents dans la solution de KCl ne modifient pas le faciès des cristaux de KCl.

2. Le plan a^1(111) de $NaNO^3$ rhomboédrique est quasi identique en forme et en dimensions au plan a^1(111) des halogénures alcalins cubiques NH^4I, KI et KBr. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle aussi bien $NaNO^3$ que NH^4I, KI et KBr donnent un accolement régulier sur le plan de clivage du mica. Les paramètres dans les plans a^1(111) de ces différents corps sont 5,07 Å ($NaNO^3$); 5,09 Å (NH^4I); 4,97 Å (KI) et 4,70 Å (KBr).

Étant données ces conditions, il y a tout lieu de s'attendre à ce que $NaNO^3$,

si les conditions expérimentales le permettent, modifie le faciès des cristaux de ces halogénures alcalins.

C'est bien ce qui a lieu.

Les faits sont particulièrement frappants avec $NaNO^3$ et NH^4I.

$NaNO^3$ cristallise à partir d'une solution dans l'eau pure en cristaux montrant une forme unique : le rhomboèdre $p(100)$; NH^4I se dépose à partir d'une solution dans l'eau pure en formes de cube $p(100)$.

Si l'on prend par contre une solution contenant à la fois $NaNO^3$ et NH^4I on observe qu'au début au moins les cristaux de NH^4I sont limités par les faces de l'octaèdre $a^1(111)$ seules, plus tard ils montrent la combinaison de $a^1(111)$ avec $p(100)$. Mais ce n'est pas tout; les cristaux de $NaNO^3$ qui se déposent de cette même solution ont également changé de faciès : ils présentent la combinaison du rhomboèdre $p(100)$ avec la base $a^1(111)$.

Donc la présence de $NaNO^3$ fait paraître la face $a^1(111)$ sur les cristaux de NH^4I et réciproquement la présence de NH^4I dans la solution fait paraître la face $a^1(111)$ sur les rhomboèdres de $NaNO^3$.

Les conditions sont analogues avec $NaNO^3$ et KI.

Avec KBr le phénomène est bien moins accentué. Presque tous les cristaux de $NaNO^3$ ne montrent plus que le rhomboèdre $p(100)$ et ce n'est qu'exceptionnellement que l'on voit encore paraître une face $a^1(111)$ de faible étendue. De même les cristaux de KBr ne sont plus uniquement octaédriques, ils présentent la combinaison de (100) avec (111), cette dernière forme souvent peu développée. D'ailleurs une notable partie du nitrate de sodium dissoute dans la solution de KBr se précipite sous forme de KNO^3.

En comparant les résultats obtenus avec les séries $NaNO^3$ — NH^4I, $NaNO^3$ — KI et $NaNO^3$ — BKr on constate que l'importance relative du développement des faces $a^1(111)$ dans les cristaux des deux constituants va en décroissant quand on passe de NH^4I à KI à KBr.

Cela montre que l'action mutuelle de $NaNO^3$ et de l'halogénure alcalin est d'autant plus marquée que la quasi-identité entre les plans $a^1(111)$ de $NaNO^3$ et $a^1(111)$ de l'halogénure alcalin est plus complète.

Pour la série KCL — $NaNO^3$ on ne peut conclure du fait qu'une solution contenant à la fois KCL et $NaNO^3$ abandonne les cristaux de KNO^3 et de NaCl.

Enfin $NaNO^3$ est sans action aucune sur le faciès des cristaux de NaCl qui cristallisent à partir d'une solution de NaCl additionnée de $NaNO^3$; les dimensions des mailles dans les deux espèces sont trop différentes.

GÉOLOGIE. — *Les Récifs en coupole des calcaires cambriens de la région de Carteret (Manche).* Note de M. **H. Derville**, présentée par M. L. Cayeux.

Des formations récifales en forme de coupoles surbaissées dont certaines peuvent atteindre jusqu'à 1m,20 de diamètre viennent à l'affleurement sur la plage de Barnéville [1]. Des fragments de ces récifs, déchaussés et roulés par la mer, se retrouvent dans le cordon littoral de Saint-Georges-des-Rivières et dans celui de Carteret.

Ces récifs s'alignent, en place, dans un même banc calcaire; la masse organique est rubanée à la base et faiblement ondulée. Une sédimentation détritique plus ou moins accentuée souligne le rubanement. Puis, le mouvement s'accentue : des mamelons surgissent, pointent, s'exagèrent en digitations ou colonnes verticales qui affectent la forme de bouffées de pipe. Fines ou trapues, simples ou complexes, ces colonnes peuvent s'amenuiser par bourgeonnement ou, au contraire, s'élargir par confluence en une masse unique de deux ou trois colonnes voisines. La structure est nettement lamellaire, souvent accentuée encore par de petits épisodes détritiques qui, sur la roche altérée, ressortent sous forme de fins lisérés jaunâtres.

La texture, souvent mal conservée et plus ou moins complètement recristallisée [2], se résout en plages granuleuses sombres sur le fond desquelles se détachent en blanc de petits boyaux rectilignes et des vermicules en accent circonflexe; ces vermicules sont isolées ou associées en un vague réticulum. Ces taches blanches irrégulières sont des tronçons de filaments cellulaires à leur passage dans le plan de la coupe. Des plages blanches hyalines et d'aspect dépoli, d'où toute texture organique a disparu, recoupent irrégulièrement les plages granuleuses. Aucune orientation particulière des filaments cellulaires ne s'observe dans les portions rubanées. Dans les parties montantes au contraire, on observe une diffé-

---

(1) A. Bigot, *Bull. Soc. linn. de Normandie*, 7e série, 8, 1925, p. 130 à 144, pl. VI, VII, VIII.

(2) Je dois à M. Bigot un abondant matériel qu'il m'a communiqué en vue de cette étude et à M. P. Corsin des lames minces où la texture de l'organisme est dans un état de conservation exceptionnellement favorable.

rence très marquée entre les zones superficielles du tissu organique et ses zones profondes. La zone superficielle est très dense, les tubes y sont dressés et presque verticaux, entassés les uns sur les autres. C'est dans la partie profonde de cette zone superficielle que les filaments se multiplient, les branches issues de la division s'écartent, s'inclinent et vont constituer des lignes structurées à disposition arquée et à convexité supérieure en qui se résume la texture des parties profondes du tissu organique.

Qu'il s'agisse des portions rubanées ou des portions montantes, la texture du récif en coupole est tubulaire ou, si l'on veut, filamenteuse, les filaments dépourvus de cloisons transversales ressortissent du groupe des Siphonées.

Par leur aspect extérieur d'ensemble et leur structure lamellaire, les récifs en coupole rappellent, d'une part, certaines formations énigmatiques des terrains paléozoïques : les *Collenia* de l'Algonkien d'Amérique (Montana) et certaines formes columnaires du type *Gymnosolen*; d'autre part, certains dépôts éocènes lacustres de la Formation de Green River (Utah) édifiés par une algue coloniale *Chlorellopsis coloniata Reis* ([1]). Mais aucune parenté sérieuse ne peut être établie avec les premières, basée sur le seul aspect extérieur indépendamment de toute microtexture; quant à *Chlorellopsis*, c'est une algue unicellulaire et de forme sphérique bien caractérisée à laquelle on ne peut rapporter aucun des détails de texture observés chez l'organisme de Carteret.

Je rapprocherai l'organisme normand des « Gra'mères » du Boulonnais, petits récifs édifiés par une algue siphonée (*Stylocodium rhopaloides*) et, pour lui conserver le nom de *récif en coupole* avec lequel on est déjà familiarisé, je le nommerai *Stylocodium cameratum* ([2]). Chez l'un comme chez l'autre, en effet, on observe : même structure en section verticale, même zonation concentrique en coupe transversale, même distinction de tubes fins superficiels et de tubes distendus dans la région columellaire, même disposition et même orientation relative de ces deux types de tubes. La distinction porte sur des points de détail : le parcours plus régulier des tronçons et des vermiculures dans la région profonde (columellaire) de *Stylocodium cameratum* et l'arcature moins accentuée des lignes qu'ils ébauchent.

([1]) A. Bigot, *Bull. Soc. linn. Norm.*, 8e série, 2, 1929, p. 68 à 71, pl. V; P. Corsin, *Ann. Soc. géol. du Nord*, 54, 1929, p. 200.

([2]) Du latin *camera*, *æ*, la voûte, la coupole.

GÉOLOGIE. — *Une nouvelle coupe du Djebel Sarro (Maroc saharien).* Note de MM. **J. Bondon**, **L. Clariond** et **L. Neltner**, présentée par M. Ch. Jacob.

Les grandes lignes de la géologie de ce massif ont déjà été reconnues par l'un de nous (L. C.), qui a pu [1], au printemps dernier, suivre une tournée de police; mais, après cette exploration trop rapide, un nouvel itinéraire, suivi à loisir, nous a permis de préciser quelques points nouveaux. Partant de la région d'Iknioune-Oulousir, au cœur de l'anticlinal du Sarro, nous sommes descendus vers le Sud jusqu'au synclinal adjacent de Tazzarine, dont le centre est marqué par le Djebel Sardrar.

La zone axiale du Sarro est formée par un gros massif de granite, qui s'étend sur la région d'Iknioune et comprend l'Oulousir et le célèbre massif du Bou-Gafer. Entre Iknioun et l'Oulousir, les granites contiennent des schistes noirs présentant un métamorphisme très net, qui supportent en discordance le Cambrien; le granite lui-même se montre au Bou Gafer, percé de cheminées d'andésites et rhyolithes du Cambrien, et pour ces deux raisons, nous rattachons cet ensemble au Précambrien.

La série paléozoïque observée est la suivante de bas en haut :

Cambrien.

1. Andésites et rhyolithes, épaisseur variable de l'ordre de 50 à 300^{m}.
2. Grès rouges à éléments éruptifs (grès de Tikirt), 40 à 50^{m}.
3. Alternance de grès quartziteux et calcaires dolomitiques, 60 à 80^{m}.
4. Schistes et lits gréseux alternés, 40 à 50^{m}.
5. Barre de grès avec passées calcaires vers le sommet, 120 à 150^{m}.
6. Schistes vert tendre, coupés de petits lits calcaires avec *Ellipsocephalus* et *Paradoxides*, 50 à 80^{m}.

Cambro-Ordovicien.

7. Grès quartziteux avec sills de diabases et basaltes (Oued Maskourt), 300^{m}.
8. Schistes micacés gris ou verts, tendres et délitables, 200^{m}.

Ordovicien.

9. Quartzites et grès souvent ferrugineux, avec *Dalmanites* cf. *socialis* et *Orthis* (Ouaouglout), 20^{m}.
10. Schistes gréseux et grès quartziteux, 40^{m}.

---

[1] L. Clariond et H. Termier, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1911-1913.

11. Schistes micacés tendres, coupés de lits calcaires, riches en fossiles avec *Trinucleus*, *Dalmanites*, *Orthis*, Lamellibranches, Orthocères et Gastéropodes, 60 à 80m.
12. Grès quartziteux blancs à patine saharienne noire, 20m.

Gothlandien.

13. Schistes gris noir tendres et fiscilles à patine claire, avec *Monograptus* et *Cardiola interrupta* (Tazzarine), 100m.

Dévonien inférieur.

14. Calcaires noirs, riches en fossiles : Orthocères, parfois géants, Polypiers, Encrines ; le sommet nous a fourni un bel échantillon de *Phacops fecundus* var. *degener* (1), qui caractérise le Coblenzien (Djebel Sardrar).

Notre niveau (6) correspond, d'après L. Clariond, au niveau fossilifère du Tizi Boujou déjà signalé par lui, niveau qui serait donc acadien et non géorgien ; d'ailleurs, un nouvel examen des fossiles recueillis en ce dernier gîte nous fait croire que *Paradoxides* figure également parmi eux.

Toutefois, la comparaison de cette série avec celle de la région des Mezguita où nous avons reconnu le Géorgien (2), nous conduit à attribuer à cet étage les cinq premiers termes de la coupe.

Au Sud du Bou Gafer, le massif dit des « Quatre Aiguilles » montre une série éruptive reposant en discordance sur le Cambrien inférieur (termes 1 et 2). La coupe relevée montre successivement des phonolithes et des trachytes phonolithiques (80-100m), puis des tufs phonolithiques (50-60m).

Les aiguilles phonolithiques ont des formes bien conservées ; les laves et les tufs descendent nettement sur les pentes des vallées ; nous devons donc leur attribuer un âge très récent : pliocène ou quaternaire ; c'est la réplique, à l'Est du Draa, des coulées du Siroua.

Cette série phonolithique s'étend largement vert l'Est (Tigouna), et vers l'Ouest où elle constitue le plateau du Baghdad.

Au pied occidental des « Quatre Aiguilles », les tufs phonolithiques reposent sur le Cambrien par l'intermédiaire de 50 à 60m de basaltes et tufs basaltiques très altérés et peu visibles, qui se rattachent probablement eux aussi à l'activité éruptive récente.

---

(1) Nous devons cette détermination à M. Pruvost.
(2) J. Bondon et L. Neltner, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 170-172.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *La diagonale aréique de l'Amérique du Sud.* Note de MM. **Emm. de Martonne.**

J'ai défini l'*Endoréisme* comme la condition des régions dont l'écoulement n'atteint pas l'Océan et l'*Aréisme* comme celle des régions où l'écoulement est nul (¹). Dans l'extension de ces régions, précisée en collaboration avec L. Aufrère (²), une des particularités les plus curieuses a paru être l'existence dans l'Amérique du Sud de deux zones aréiques, allongées non pas dans le sens des parallèles, mais suivant les méridiens, à l'ouest des Andes au nord et à l'est des Andes au sud. Les documents cartographiques dont je disposais en 1928 semblaient indiquer que ces deux zones avaient tendance à se rejoindre vers le Tropique, malgré les hauts reliefs d'une des plus puissantes chaînes du monde (Carte des régions privées d'écoulement à 1/5 000 000ᵉ en collaboration avec L. Aufrère, publiée par l'Union géographique internationale).

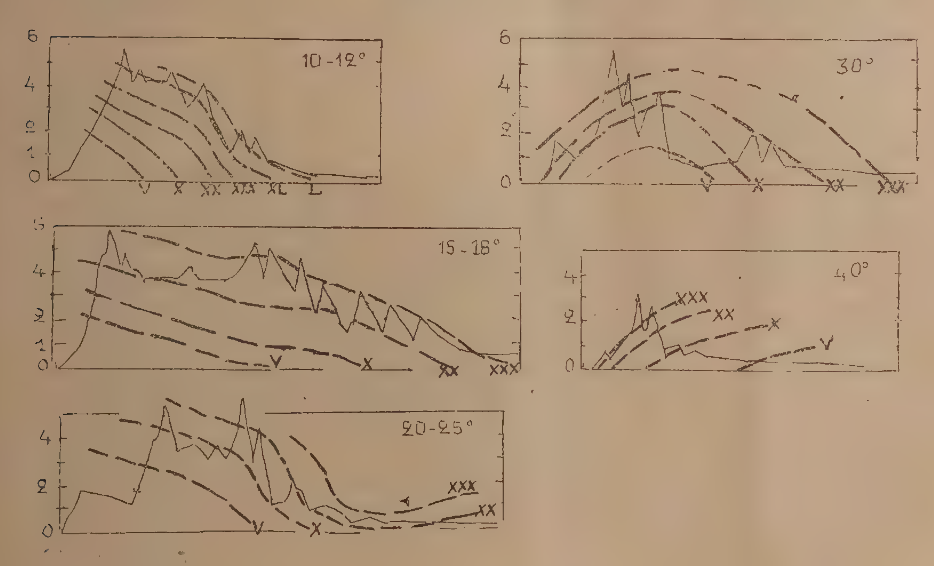
Un voyage dans le nord-ouest de la République Argentine et le nord du Chili vient de me permettre de vérifier et préciser sur le terrain cette hypothèse. Des parcours étendus en chemin de fer, en automobile et en avion ont ajouté aux observations de détail des vues d'ensemble. En utilisant les cartes topographiques récemment publiées et les données relativement nombreuses dues à l'activité des Services météorologiques de l'Argentine et du Chili, il est possible de démontrer et d'expliquer l'existence d'une zone aréique continue, de direction subméridienne, qui traverse en diagonale le continent et ses plus hauts reliefs.

C'est entre 20° (latitude de Iquique) et 35° (latitude de Valparaiso) qu'a lieu cette traversée. A cette hauteur, la montagne cesse de jouer son rôle ordinaire de condensateur, alimentant l'écoulement fluvial. Vers 20° et vers 35° les crêtes culminantes forment encore comme une cloison humide entre les deux domaines arides; dans l'intervalle (vers 24° à 29°) cette cloison, de plus en plus étroite, est percée, suivant une direction oblique au méridien allant de Antofagasta (Chili) à Andalgala (Argentine); la zone aérique s'étend sur la Puna d'Atacama à plus de 4000ᵐ d'altitude.

Le climat peut expliquer cette particularité dont il n'y a pas d'autre

(¹) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1395.
(²) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 939.

exemple au monde. On le vérifie par la cartographie de l'*indice d'aridité* (fonction des précipitations et des températures que j'ai définie en 1926, *Comptes rendus*, 182, p. 1395). La carte que j'en ai dressée en utilisant plus de 100 stations rend compte de la dissymétrie climatique des Andes, en montrant les indices inférieurs à 10 cantonnés sur la côte pacifique au Nord (Pérou), sur le versant atlantique au Sud (Patagonie), et s'étalant sur toute la chaîne dans la région de la diagonale aréique. Grâce aux



Coupes schématiques du relief et des surfaces d'équiaridité dans la région andine de l'Amérique du Sud.

Latitudes indiquées en haut et à droite de chaque profil. — Altitudes exprimées en kilomètres (échelle à gauche). — Surfaces d'équiaridité numérotées suivant les indices en chiffres romains.

stations échelonnées jusqu'à des altitudes assez fortes, il est possible de dresser une série de profils Est-Ouest montrant l'altitude des indices, c'est-à-dire la section de ce que j'appellerai les *surfaces d'équiaridité*. On voit qu'elles s'abaissent de l'Ouest à l'Est dans le Nord, de l'Est à l'Ouest dans le Sud, et forment vers 30° une sorte de bombement. En gros, cette allure s'explique par le sens général des courants atmosphériques humides, qui viennent de l'Est au Nord, de l'Ouest au Sud, et qui font défaut vers le Tropique.

Il faut noter cependant que le corps du bourrelet andin ignore les indices supérieurs à 20. Les surfaces d'équiaridité plongent brusquement sur les

bords humides. Ainsi s'explique ce fait frappant et au premier abord d'apparence paradoxale : la plaine argentine est plus humide que la montagne, de la frontière bolivienne jusqu'à Tucuman. Les nuages s'accrochent aux premières Sierras, l'eau y coule dans les thalwegs et la forêt dense à épiphytes couvre les pentes jusqu'à 2000^m. Dès qu'on remonte les « quebradas », un soleil ardent brille dans le ciel le plus pur, les cactus se dressent sur le sol nu. L'aridité augmente jusqu'à 3000^m au moins. Il en est de même dans les régions de San Juan et de Mendoza (où manque toutefois la zone basale humide).

Les circonstances orographiques ne sont pas à négliger pour expliquer la position de la diagonale aréique. Au Sud de 26° de latitude, le bloc massif des Andes se résout en un bourrelet étroit portant la frontière chilienne et en une série de Sierras qui s'ennoyent progressivement dans la plaine argentine. Entres ces chaînes s'étalent des « Bolsons », plaines rendues plus arides par leur faible altitude permettant de hautes températures, et par leur position à l'abri des courants atmosphériques humides. L'écran des Sierras de Cordoba contribue nettement à accentuer la sécheresse des plaines de Mendoza et de San Juan.

Ajoutons que, si le continent sud-américain est le seul où les plus hauts reliefs soient désertiques *de bord à bord*, il se trouve par là même le seul où l'aridité règne dans une zone allongée sur 40° de latitude en partant presque de l'Équateur, zone qui traverse en diagonale *d'un Océan à l'autre* (Pacifique au Nord, Atlantique au Sud).

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la teneur en oxygène dissous des eaux de la Seine maritime*. Note de M. **Paul Chauchard**, présentée par M. Charcot.

Au cours de la croisière du *Pourquoi Pas?*, du 23 septembre au 13 octobre, le bateau dut rester dans l'estuaire de la Seine. Je pus me livrer à bord à un certain nombre de recherches, et étudier spécialement les facteurs de variation de la teneur en oxygène dissous (¹).

J'ai employé la méthode classique au sulfate ferreux avec dosage final au permanganate. Mais mes mesures ayant porté sur des eaux de salinité

(¹) Le compte rendu complet des prises et les courbes qui les traduisent paraîtront dans un autre Recueil.

variable, j'opère ce dosage en présence d'une solution de sulfate de manganèse en milieu sulfurique et phosphorique, le sulfate de manganèse empêchant le dégagement du chlore et l'acide phosphorique permettant, par suppression de la coloration jaune, une bonne appréciation du virage. Cette technique m'a toujours donné des résultats comparables à ceux des autres procédés de dosage. Elle est d'une exécution rapide, et plus facile surtout à bord d'un bateau.

Les prises furent effectuées d'une part au Trait, en amont de Caudebec, où la marée très sensible et se traduisant en vive eau par le phénomène du mascaret, n'est jamais accompagnée de variations de la salinité, l'eau y demeurant toujours douce; d'autre part, en remontant et descendant l'estuaire, j'ai pu comparer les chiffres obtenus à ceux de l'eau de mer et des eaux saumâtres.

1° Quand on passe de l'eau douce à l'eau de mer, on constate que la teneur en oxygène dissous très faible en eau douce (conductivité électrique à 20° [1], $\chi_{20°} < 1$ millimho-cm., oxygène $7^{mg},58$ par litre à Villequier le 23 septembre; 5,06 au Trait le 13 octobre) s'élève beaucoup, présente un maximum dans l'eau saumâtre (le 13 octobre, à Honfleur $\chi_{20°}$: 18,8; O : 8,85; au Havre $\chi_{20°}$: 25,5; O : 9,14) et diminue légèrement vers l'eau de mer ($\chi_{20°}$: 46,5; O : 8 à Barfleur; 8,48 à Serck, le 14 octobre). Si l'on tient compte du fait qu'à 18°, température de mes prises, la saturation est d'environ 8^{mg} par litre pour l'eau de mer et 9,8 pour l'eau douce, on remarque que l'eau douce est toujours très au-dessous de la saturation (77 et 51 pour 100 pour les prises citées plus haut), l'eau saumâtre à peu près saturée (100, 103 pour 100) et l'eau de mer saturée ou légèrement sursaturée (100, 106 pour 100).

2° Une première série de mesures au Trait fut effectuée chaque jour vers 11ʰ. Elle montre un rapport net entre la teneur en oxygène dissous et la force de la marée. En fin de vive eau, du 23 au 27 septembre je trouve autour de $7^{mg},2$. Pendant la morte eau, une montée assez brusque à 8,06 le 28 est suivie d'un maximum à 8,23 le 1er octobre. Les marées à mascaret de la nouvelle vive eau provoquent le 3 une chute accentuée à 6,5 qui se continue jusqu'à la fin de ces marées (4,68 le 7 octobre). Enfin la nouvelle morte eau montre une tendance à la remontée (6,36 le 11 octobre). L'explication de cette relation entre les deux courbes qui se suivent avec un léger décalage de l'oxygène dissous sur la hauteur de la marée, doit être recher-

---

(1) Paul Chauchard, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 621.

chée dans la libération des matières réductrices par les vases qu'agite le mascaret. Dans des conditions pourtant souvent éloignées de la saturation (de 48 à 90 pour 100), cette forte agitation de l'eau n'augmente pas en effet son oxygénation.

3° Au cours de la journée, deux facteurs principaux agissent sur la teneur en oxygène dissous. L'insolation par l'intermédiaire de la photosynthèse, provoque une forte augmentation, laissant toujours cependant l'oxygène non saturé (ainsi 85 pour 100 le soir pour 57 pour 100 le matin); la Seine maritime n'étant pas riche en organismes chlorophylliens comme l'est par exemple la haute Rance où j'ai trouvé 74 pour 100 le matin, 164 pour 100 vers 15h.

Le flot, brusque et accompagné de mascaret ou plus lent, se marque toujours par une légère chute de la teneur en oxygène dissous, due sans doute également à la libération de matières réductrices par l'agitation. Il provoque donc le jour un crochet dans la courbe de montée; la nuit il accélère la diminution de l'oxygène dissous.

Nos.	Date et Heure.		Oxygène dissous.	Observations.
55.	12 octobre	8h30m	5,55	
56.	»	11,10	6,20	
57.	»	14,10	5,87	Flot à 14h
58.	»	17,30	7,51	
59.	»	18,30	7,18	
60.	»	21	6,69	
61.	13 octobre	5,30	4,57	Flot à 2h
62.	»	6,10	4,73	

En dehors de ces causes de variation, il faudrait noter l'action du climat (temps d'insolation, vent), la quantité plus ou moins grande de matières réductrices amenée par les eaux de la rivière.

La teneur en oxygène dissous des eaux de la haute Seine maritime s'est montrée faible et sujette à d'amples variations. Si grâce aux processus de photosynthèse, elle suffit aux exigences biologiques, elle présente d'importants facteurs de diminution, et il est intéressant de noter que dans cette région spéciale où l'eau est toujours douce, la faune peut cependant être influencée par les marées, celles-ci se traduisant non pas seulement par des changements de courant, mais encore par des modifications des propriétés physico-chimiques du milieu.

PALÉONTOLOGIE. — *Le groupe des Chéloniens pleurodires au cours des temps géologiques.* Note de M. **F. M. Bergounioux**, présentée par M. Ch. Jacob.

De nos jours, les Chéloniens pleurodires sont tous localisés dans l'hémisphère Sud (Amérique du Sud, Inde du Sud, Afrique, Madagascar, Nouvelle-Guinée, Australie). Le groupe est d'ailleurs actuellement restreint aux seules familles des *Pélomédusidés* et des *Chélydidés*, comprenant globalement 11 genres et 39 espèces. Il semble qu'on soit en présence d'un groupe en régression.

Au point de vue paléontologique, les Pleurodires sont les Chéloniens les plus anciennement connus. J'ai montré ([1]) que la famille des *Amphichelydés* devait être considérée comme formant les ancêtres directs des Pleurodires, qui se sont surtout différenciés à partir du Jurassique supérieur, époque qui paraît être celle de l'apogée du groupe. Dès cette période apparaissent, en effet, les familles les plus caractéristiques des Pleurodires, *Plesiochélydés*, *Thalassémydés*, connues en France par les belles formes du Kiméridgien de Cerin, *Baenidés*, *Pleurosternidés*. Ces familles ne comptent pas moins de 40 genres décrits, tous entièrement disparus. Il faut en dire autant des groupes apparus au Crétacé supérieur : *Photochersidés*, *Kallokibotiidés*, *Miolaniidés* (?), *Bothrémydidés*, dont l'extension géologique ne dépasse pas le sommet du Crétacé, sauf peut-être pour quelques espèces du genre *Miolania*. Encore convient-il de faire remarquer que les fragments de tortue de Chubut (Argentine), décrits par Ameghino et déterminés sous le nom de *Miolania argentina*, ne sont peut-être pas du Crétacé supérieur comme l'indique cet auteur.

Les deux familles actuellement éxistantes, *Pélomédusidés* et *Chélydidés*, n'apparaissent qu'à l'Éocène. Il faut cependant noter que le genre *Chitracephalus* a été décrit par Dollo dans les formations wealdiennes de Belgique.

Ainsi il semble que l'on pourrait considérer deux groupes distincts au sein des Pleurodires : d'une part les formes fossiles disparues au Crétacé supérieur et de l'autre les formes actuelles apparues chronologiquement plus tard et fournissant comme le relaiement tardif des formes disparues.

([1]) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1449.

Reste à fixer l'époque de la localisation des Pleurodires dans l'hémisphère austral. Jusqu'à ces dernières années, à part le genre *Podocnemis*, dont on connaissait un fragment dans le Lutétien d'Angleterre et dont j'ai récemment jalonné la marche vers le Sud durant l'Oligocène (1), on ne connaissait, dans les formations du tertiaire européen, aucun chélonien susceptible d'être classé dans cette superfamille. Les collections du Muséum de Marseille avaient fourni au regretté baron Nopcsa les matériaux d'un travail sur les Pleurodires du Midi de la France que j'ai moi-même repris dans une étude actuellement à l'impression (2). Le genre nouveau *Elochelys* trouve sa place dans la famille des *Bothrémydidés* qui n'était connue que dans le Crétacé supérieur américain. Au cours de l'été dernier, j'ai pu visiter les musées des Universités du Nord de l'Italie qui m'ont fourni de nouvelles données sur la question. Tout le Nummulitique de la région de Vérone, en particulier le fameux gisement de Monte-Bolca, a donné des formes de tortues paludines. C'est ainsi qu'au Museo Civico de Vérone, au milieu de restes de *Clémmys* dont l'étude est en cours, se trouve Chélonien d'assez grande taille déterminé sous le nom d'*Emys Nicolisii* de Zigno, de l'Éocène de Monte Arzan. Indiscutablement la pièce est faussement attribuée au genre *Emys*. Il s'agit bien d'une tortue pleurodire, qui par l'ensemble de ses caractères se rapproche du genre *Elochelys* Nopcsa : la deuxième neurale est très longue par rapport aux autres, les plaques dermiques costales se réunissent sur la ligne centrale, sans l'intermédiaire d'écussons vertébraux. La collection de paléontologie de l'Université de Padoue contient de plus une douzaine de Chéloniens pleurodires qu'il est nécessaire d'étudier et de déterminer en détail avant de pouvoir donner un avis définitif sur eux. Mais quoi qu'il en soit, la présence du genre *Elochelys* dans le Nummulitique de l'Italie du Nord paraît traduire une migration des formes daniennes du Midi de la France. Il convient enfin de signaler que, dans le bassin lutétien de l'Hérault, j'ai trouvé deux formes de Pleurodires en cours d'étude et je puis déjà dire qu'elles font partie de la même famille des *Bothrémydidés*, formes appartenant essentiellement au Crétacé supérieur américain. Ainsi, au Lutétien, une faune de Pleurodires très spéciale était localisée dans la région circumméditerranéenne d'où, sans doute, elle a dû émigrer dans l'hémisphère Sud, à moins que nous ne soyons en pré-

---

(1) *Bull. Soc. Hist. nat. Toulouse*, 64, fasc. 2, 1932.

(2) *Monographie de quelques chéloniens fossiles conservés au Muséum d'Histoire naturelle de Marseille* (Marseille, 1934).

sence de la terminaison rapide d'un très court rameau phylétique. C'est de la même façon que durant l'Oligocène devait émigrer le genre *Podocnemis*, dont une seule espèce, *P. madagascariensis*, subsiste encore de nos jours à Madagascar, alors que les autres sont presque exclusivement localisées dans le bassin de l'Amazone.

PALÉONTOLOGIE. — *Vertébrés subfossiles de l'Azaoua (Colonie du Niger).* Note de M. L. **Joleaud**, présentée par M. H. Douvillé.

M. Auguste Chevalier a bien voulu me communiquer les restes de Vertébrés subfossiles, qu'il a rapportés de son dernier voyage en Afrique occidentale. Ces ossements, recueillis par le Commandant du groupe nomade de Tahoua, proviennent de divers gisements : Meddal, Tadréïlat, Tazerzaït, Tamaïa, Mellet, mont Maya, Raro. Toutes ces localités sont situées entre le bord sud du Tassili n Ahaggar et les plateaux crétacés du nord-ouest du Niger, dans le pays des Aouellimiden : cette région de bas-fonds est plus ou moins drainée aujourd'hui par l'oued Azaouak, qui, empruntant le daol Bosso, aboutit au fleuve à Boumba, en aval de Niamey et de Say.

Dents et ossements ont été découverts, selon le Commandant du groupe nomade de Tahoua, sur l'emplacement d'anciens villages : ces restes subfossiles étaient associés à des haches polies, pilons, meules dormantes, flèches en silex, harpons en os, débris de poterie et coquillages. La situation de ces antiques lieux d'habitat indique clairement que les oueds, sur les rives desquels ils se trouvaient, coulaient alors constamment et avaient leurs eaux peuplées de Poissons et de Mollusques; aujourd'hui les vallées sèches de toute la contrée sont encombrées de dunes fixées, sur lesquelles les villages préhistoriques avaient été généralement établis. Ainsi, à l'époque où ces bourgades abritaient encore des populations sédentaires, la sécheresse s'était déjà largement développée dans le pays. D'ailleurs, parmi les pointes de flèches en silex rassemblées par le Commandant du groupe nomade de Tahoua, dominent les pièces à base concave du Néolithique ancien.

Le plus grand nombre des ossements subfossiles de l'Azaoua provient d'*Hippopotamus amphibius*. Ensuite se classent, par ordre de fréquence décroissante, *Crocodilus niloticus*, *Lates niloticus*, *Phacochœrus æthiopicus*, *Elephas africanus*, *Camelopardalis giraffa*, *Bos* sp., *Antilope* sp.

Ces trouvailles sont intéressantes à rapprocher de celles d'ossements de même âge rapportés d'autres régions de l'Afrique occidentale. Des os subfossiles, accompagnés de pointes de flèches et d'engins de pêche ont été reconnus par P. Laforgue, à Ganeb el Hafeira, également le long du lit desséché d'un torrent au pied d'une ancienne cascade, dans l'Aouker (secteur nomade de Tichitt, Mauritanie saharienne orientale). Plus à l'Est, dans le Djouf, d'une part à 50^{km} au nord d'Araouan, d'autre part à 10^{km} au sud de Guir, localité située elle-même à l'Orient d'Araouan, F. Roman a récemment indiqué divers types d'une faune de marécages : *Clarias* (c), *Lates* (c), *Crocodilus* (c), *Trionyx*, *Hippopotamus amphibius* (c), *Bos*, *Limnotragus* cf. *gratus*, *Cervus*, *Mellivora*, *Trionomys* cf. *calamophagus*. A ces restes de Vertébrés étaient associés un squelette humain, ainsi que des hachettes à tranchant poli et des hameçons en os.

L'outillage de ces gisements de l'Azaoua, de l'Aouker et du Djouf se réfère au Néolithique. A une étape antérieure des civilisations de l'âge de Pierre de l'Afrique occidentale, se rattacherait la station d'Asselar, d'où M. Boule et H. Vallois ont récemment décrit un squelette humain. De cette localité de la vallée du Tilemsi, dans le Timetrin, à 300^{km} au nord de Gao, V. Besnard et Th. Monod ont rapporté des coquilles de Mollusques tchadiens et des ossements de Silures, Crocodiles, Phacochères, datant, semble-t-il, de la fin du Paléolithique. A. Chevalier vient de signaler de ce même point des empreintes de grands roseaux (*Phragmites maxima*).

Ainsi à une époque pluviale correspondant au Paléolithique récent et au Néolithique, de vastes nappes d'eau douce s'étendaient au nord du Sénégal et du Niger, les unes situées vers l'Ouest, se propageant de part et d'autre du Haut Niger tributaire du Djouf, les autres développées vers l'Est, sur les rives du Tilemsi et de l'Azaouak, affluents du Bas Niger.

L'âge des gîtes de Vertébrés de l'Azaoua, du Djouf, du Timetrin et de l'Aouker peut être déterminé avec une certaine précision grâce aux outils préhistoriques qui y accompagnent les os subfossiles. Il n'en est pas de même d'autres gisements, tels que celui du Phacochère d'El Aioudj voisin de la sebkha d'Idjil (Mauritanie) ou ceux de Poissons (*Lates niloticus*, *Synodontis*, *Clarias*, *Arius*), de Bou Djebeha (à 200^{km} au nord-nord-est de Tombouctou, dans l'Azaouad), de Kidal (à 500^{km} à l'est de Tombouctou, dans l'Adrar des Iforas), de Bilaberim (à 200^{km} au nord du Tchad sur la piste de Bilma), de Dira (à mi-distance entre le Tchad et le Borkou, dans l'Éguéï), de Beurfou, Sitou et Broulkong (Djourab). Ces localités d'Idjil, de l'Aouker, du Djouf, de l'Azaouad, du Tilemsi, de Kidal, de l'Azaouak, du

Gober, de Bilaberim, de l'Éguéï et du Djourab jalonnent une aire de grands marécages allant du Rio de Oro au Borkou au Nord et au Sud du 20e degré. Cette zone d'anciennes surfaces lacustres paléolithiques récentes et néolithiques semble s'être substituée à la mer quaternaire de Tombouctou de A. Chevalier, qui remonterait peut-être alors au Paléolithique ancien et moyen.

A leur tour, les marécages du Néolithique furent progressivement remplacés par des surfaces sans eau et inhabitables. Le Commandant du groupe nomade de Tahoua a remarqué que des villages néolithiques de l'Azaoua furent édifiés sur des dunes consolidées encombrant les antiques thalwegs des rivières de la contrée : ces villages préhistoriques sont donc, au moins en partie, postérieurs à un dessèchement déjà manifeste de la contrée, et leur établissement dut être, par suite, relativement tardif. L. Laforgue fait remonter tout au plus à 10 siècles le dessèchement complet du Djouf, du Maqteir, de l'Akchar, de l'Adefar et de l'Aouker, ce qui nous reporterait seulement au Néolithique récent ou à l'Énéolithique. Dans l'Azaoua, par contre, la faune à Hippopotame n'aurait guère persisté que jusqu'au Néolithique ancien.

BOTANIQUE. — *Sur la reproduction du* Chætoceros pseudocurvisetum *Mangin*. Note (1) de Mlle **R. Le Blanc**, présentée par M. L. Mangin.

Le matériel qui fait l'objet de cette Note a été recueilli dans l'Étang de Thau (Eaux Blanches) le 28 octobre 1933 par E. Chatton.

Outre le *Chætoceros pseudocurvisetum*, ce matériel contient de très nombreuses colonies étoilées du *Thalassiothrix mediterranea* qui n'était connu jusqu'ici que par les seules récoltes de J. Pavillard dans les parages du port de Sète (octobre-novembre 1908).

Le *Chætoceros pseudocurvisetum* a été séparé du *Chætoseros curvisetum* et constitué en espèce autonome, parfaitement distincte, par L. Mangin (1910). Des renseignements complémentaires sur l'agencement des cellules et l'insertion des soies ont été fournis par Gran et Yends (1914), J. Ikari (1926), Hustedt (1930).

Les phénomènes de reproduction, qui nous intéressent particulièrement n'ont été, jusqu'ici, l'objet que d'observations occasionnelles, très peu

(1) Séance du 15 janvier 1934.

nombreuses. Les endocystes, déjà entrevus et représentés sommairement par J. Ikari (1926), ont été figurés par J. Pavillard dans sa monographie des récoltes planktoniques du Prince Albert Ier de Monaco (1931).

Mais le matériel de Sète est surtout remarquable par la coexistence des

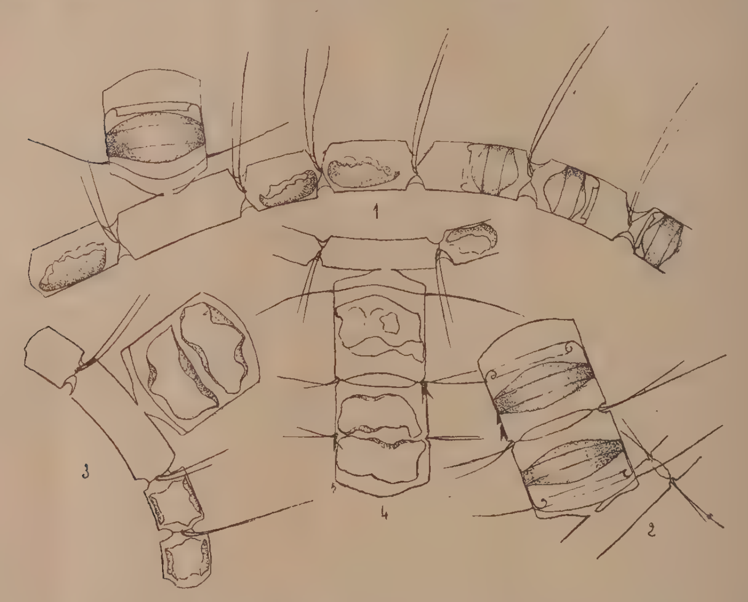


Fig. 1 à 4. — *Chætoceros pseudocurvisetum* Mangin : 1, une chaine avec endocystes dans les cellules végétatives et dans la vésicule auxosporale; 2, deux endocystes d'origine auxosporale; 3 et 4, deux étapes du développement végétatif de l'auxospore. (Gr. : 600.)

endocystes et des auxospores et par l'emboîtement des endocystes dans les auxospores.

Le premier exemple de ce dernier phénomène a été signalé par H. Gran (1915) dans le *Chætoceros pseudocrinitum*.

Les observations les plus complètes concernent le *Chætoceros eibenii* étudié par J. Pavillard (1921) [1] puis par Ikari (1925); les endocystes y prennent naissance dans des vésicules auxosporales issues de cellules végétatives hypertrophiées, (mégacytes) deux fois plus longues que les cellules normales.

En 1926, J. Ikari figure et décrit sommairement deux chaînes de *Chætoceros van Heurckii* (Gran); la première contient deux endocystes dans des

(1) *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 469.

cellules de dimension normale; la seconde est un fragment de chaîne « maigre » dont deux cellules, très allongées, ont émis latéralement une vésicule auxosporale; dans l'une d'elles s'est différencié un endocyste; l'autre contient deux cellules végétatives.

Notre *Chætoceros pseudocurvisetum* de Sète représente une véritable synthèse de toutes les observations antérieures.

Nous trouvons en effet des chaînes à un ou deux mégacytes; chacun d'eux présente sur sa courbure convexe un orifice d'émission pour la vésicule auxosporale. Celle ci peut évoluer de deux façons différentes :

1° certaines auxospores conservent au moins temporairement l'état végétatif et produisent des chaînes-filles, de deux ou plusieurs cellules normalement conformées et munies de soies. Nous avons même vu deux cas intermédiaires où le chromoplaste est divisé en deux alors que la cellule ne l'est pas encore;

2° plus fréquemment, un endocyste prend naissance à l'intérieur de l'auxospore; cet endocyste est bien constitué, identique à ceux décrits naguère dans la chaîne (Pavillard 1931); la seule différence concerne les dimensions.

Le fait le plus remarquable, et qui n'avait jamais été constaté jusqu'à présent, est la formation simultanée d'endocystes dans les cellules de la chaîne végétative et dans les vésicules auxosporales qui en dépendent; la coexistence des deux catégories d'endocystes est soulignée par la différence considérable de leurs dimensions transversales : 27^{μ} en moyenne dans les auxospores, $9^{\mu},8$ dans les cellules végétatives.

On rencontre aussi d'assez nombreuses chaînes larges issues d'une auxospore et dont chaque cellule contient un endocyste parfait; il peut exister ainsi de 2 à 8 endocystes à la file; mais à partir de 4 cellules les chaînes-filles se détachent probablement toujours de la chaîne-mère par rupture de l'étroit pédicule auxosporal.

BOTANIQUE. — *Polymorphisme floral : la Gynomonœcie et la Gynodiœcie chez* Knautia arvensis *Coult.* Note (¹) de MM. **P. Lavialle** et **P. Jaeger**, présentée par M. L. Mangin.

Nous avons décrit (²) les rapports qui existent entre la fertilité ou la stérilité de l'androcée, et les sept formes principales que peut revêtir l'éta-

---

(¹) Séance du 15 janvier 1934.

(²) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 114.

mine dans les fleurs de *Knautia arvensis*. Cette espèce présente, au point de vue floral, deux formes sexuelles principales : 1° fleurs hermaphrodites; 2° fleurs femelles, portées soit par des individus distincts (gynodiœcie), soit par un même individu (gynomonœcie).

M. Molliard (*Ann. d. Sc. Nat. Bot.*, 1895, p. 74), dans son important travail sur les cécidies florales, décrit le parasitisme de *K. arvensis* et d'autres Dipsacées par *Peronospora violacea* Berk. Parmi les effets du parasitisme, il signale l'avortement de l'androcée qui se trouve ordinairement réduit à des étamines courtes, plus ou moins atrophiées et stériles : *description qui s'applique aussi à l'androcée des fleurs de K. arvensis désignées par nous sous le nom de fleurs femelles.*

Malgré la généralité et la régularité de nos observations, nous avons jugé utile de vérifier expérimentalement que l'avortement de l'androcée, chez *K. arvensis*, ne correspond pas toujours à une castration parasitaire. Avant de décrire nos essais, nous citerons des faits qui, pris individuellement, n'ont pas de valeur décisive, mais dont l'ensemble est assurément peu favorable à l'idée d'une castration parasitaire régulière portant sur l'androcée, et aboutissant à des fleurs femelles.

a. L'aire de dispersion des pieds femelles et des pieds à fleurs mixtes, est sensiblement la même que celle des pieds hermaphrodites. Tous ces pieds sont ordinairement, ou voisins ou intimement mélangés dans les mêmes stations.

b. Un même capitule porte souvent, à la fois et dans une promiscuité dangereuse au point de vue parasitaire, des fleurs hermaphrodites et des fleurs femelles, diversement situées, et mélangées dans des proportions très variées.

c. Tous les capitules d'un même pied (femelle ou à fleurs mixtes) ont rigoureusement la même composition.

d. Nous avons cultivé, côte à côte, pendant plusieurs années consécutives, des pieds à fleurs hermaphrodites et des pieds à fleurs femelles, sans observer le moindre changement, la moindre contamination des pieds hermaphrodites, dont les étamines restent indéfiniment normales et fertiles.

e. L'avortement de l'androcée est fréquent chez les Scabieuses, en dehors de toute action parasitaire ([1]).

Expérimentation. — Comme épreuve décisive, nous avons choisi la détermination expérimentale de l'hérédité des individus hermaphrodites, et surtout de l'hérédité des individus femelles.

En effet, si l'avortement des étamines était provoqué par des influences extérieures accidentelles, étrangères au végétal (parasitisme, par exemple), les akènes produits

---

([1]) F. Knuth, *Hand. d. Blütenbiologie*, Leipzig, 2, 1898, p. 562.

par les fleurs femelles fertilisées par le pollen des fleurs hermaphrodites devraient fournir exclusivement des pieds à fleurs hermaphrodites. Si, au contraire, l'absence d'étamines dans les fleurs femelles ou leur stérilité résultaient d'une variation (ample mutation unique ou mutations successives de moindre importance), et constituaient un caractère naturellement acquis, les akènes produits par les fleurs femelles fertilisées par le pollen des fleurs hermaphrodites donneraient : les uns des pieds à fleurs femelles, les autres des pieds à fleurs hermaphrodites. En un mot, tout se passerait comme chez les plantes gynodioïques : habituellement considérées comme en voie d'évolution vers la diœcie proprement dite.

Nous avons donc récolté des akènes, sur des pieds à capitules bien homogènes, portant : 1° uniquement des fleurs hermaphrodites; 2° uniquement des fleurs femelles. Nous avons semé ces deux séries d'akènes, et voici les résultats enregistrés au moment de la floraison (soit deux ans après le semis) :

a. Akènes produits par les fleurs hermaphrodites. — Résultat : ces akènes n'ont donné que des individus à fleurs exclusivement hermaphrodites normales.

Il faut noter ici que nous n'avons observé aucune variation, aucun degré d'avortement de l'androcée. Mais nos essais ont porté sur un nombre trop restreint de semis, et nous nous proposons de les renouveler sur un grand nombre d'akènes, comme cela a été fait, avec succès, pour des plantes gynodioïques : *Origanum vulgare*, par Willis (*Proc. of the Cambridge Phil. Soc.*, 8, 1893); *Satureia hortensis* et *Silene inflata*, par Correns (*Jahrb. f. Wiss. Botan.*, 44, 1907); *Viola tricolor*, *Euphrasia officinalis*, fleurs doubles, par de Vries [1].

b. Akènes produits par les fleurs femelles. — Résultat : ces akènes ont donné : 76 pour 100 de pieds typiquement femelles; 24 pour 100 de pieds typiquement hermaphrodites.

Ce résultat est conforme à la règle de Correns concernant l'hérédité des plantes gynodioïques : *la forme unisexuée (phylogénétiquement récente) est dominante par rapport à la forme hermaphrodite ancienne;* et il rappelle ceux déjà obtenus sur les individus femelles de plantes gynodioïques, en premier lieu par Darvin [2] sur *Thymus Serpyllum*, et plus tard, sur d'autres plantes, par Bejerinck (*Nederl. Kruidk. Archiew*, 2e série, 1885, p. 244-254), Correns (*loc. cit.*).

---

(1) De Vries, *Die Mutations Theorie*, Leipzig, in-8, 1901-1902.

(2) Darwin, *Différentes formes de fleurs dans les plantes de la même espèce*. Traduction française de Heckel. Paris, Reinwald, 1878, p. 312.

En résumé : l'avortement de étamines chez *Knautia arvensis* n'est pas seulement un cas accidentel de castration parasitaire. Cette espèce doit être rangée parmi les plantes gynodioïques et gynomonoïques vraies.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur quelques résultats de la suralimentation et de la sous-alimentation embryonnaires chez l'avoine.* Note [1] de Mlle **Bouges**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Il y a quelques années j'ai pu obtenir chez des poulets sous-alimentés et suralimentés pendant l'incubation des transformations importantes telles que diminution et augmentation considérables du poids, changement de couleur du plumage, etc. [2]. Je me suis demandé si cette méthode de modification de l'alimentation embryonnaire ne pourrait pas donner des résultats intéressants en opérant sur des germinations d'avoine.

J'ai opéré, en mars 1927, sur 80 grains d'avoine grise de Houdan issus, ainsi que 20 témoins des talles d'un même pied. 20 ont été privés de 5^{mg} d'albumen et 20 autres de 10^{mg}; 20 ont reçu en supplément 5^{mg} d'albumen et 20 autres 10^{mg}. Moissonnées en août 1927 les avoines à embryon sous-alimenté ont donné une production de grain et de paille inférieure à celle des témoins. Celle des avoines à embryon suralimenté a été supérieure à celle des témoins. Le poids des récoltes n'a pas été proportionnel à la quantité d'albumen retirée ou ajoutée.

Depuis 1927, j'ai chaque année expérimenté non seulement sur avoine, mais sur blé, orge et maïs. J'ai même nourri partiellement un embryon d'orge avec un albumen d'avoine.

En 1932, une avoine de variété von Lochow dont l'embryon a reçu 15^{mg} d'albumen présente une tige à deux panicules. Les témoins, issus de la même panicule que les sujets et que les grains ayant servi à la suralimentation, ne portent qu'une seule panicule. Le sujet à double panicule présente au 6e nœud une forte gaine en partie doublée intérieurement d'une gaine fine, moins large et moins longue, appliquée sur la plus petite panicule de 14 épillets ayant donné 16 grains. La panicule la plus forte présente 24 épillets comptant 45 grains. Les témoins ont 44 grains en moyenne.

---

(1) Séance du 22 janvier 1934.

(2) *Rep. of proc. of the 4th world's poultry Congress. London*, n° 32, 1930, p. 211.

Sur 61 grains récoltés et semés sans suralimentation embryonnaire, 56 ont donné des produits en 1933.

En plein champ, de sol maigre, 15 grains ont fourni 28 talles, tous



Avoine à panicules aux 5e et 6e nœuds.

avec panicule principale et panicule secondaire. Quelques gaines contiennent au surplus un faisceau de petites panicules. L'une des tiges au cinquième nœud donne une large gaine entourant une demi-gaine très mince, appliquée sur une hampe : une deuxième hampe filiforme donne un seul épillet normal et un autre avorté. Du cinquième nœud part encore une tige nouée normalement à 10^{cm} plus haut avec gaine entourant une

tige à panicule unique. Poids des grains : 53g,69; témoins (15 issus des témoins de 1932) : 38g,60.

En terre riche de jardin, 41 pieds ont fourni 2kg,610 de grain. Un même nombre de pieds témoins choisis comme précédemment a produit 1kg,940. Sur les sujets 78 talles sont à panicule unique, 290 talles portent panicule principale et panicule secondaire. Presque tous ont au surplus un faisceau de 3 ou 4 et plus rarement 7 ou 8 petites panicules émergeant à peine de la gaine. Trois talles dont le sixième nœud est pourvu de deux panicules portent une panicule au cinquième nœud. Un cas se présente où la plante *affolée* émet gaine et panicule sur l'entre-nœud à 10cm,5 du nœud inférieur et à 16cm,5 du sixième nœud, lequel donne panicule principale, panicule secondaire et faisceau de quatre petites panicules. Autre anomalie : une gaine naît sur un pédoncule à 5mm au-dessus de la base de la hampe qui, après s'être légèrement courbée, vient prendre place à l'intérieur de sa gaine. D'autres monstruosités présentent des caractères différents. Les avoines témoins ont des panicules dont la longueur ne dépasse pas 40cm de l'étage inférieur de verticilles au sommet. Les avoines à trois panicules développent leurs épillets sur des longueurs qui atteignent 60cm.

Étant donné l'état actuel des connaissances sur l'hérédité des caractères acquis ([1]) il y a lieu de penser qu'il est possible d'obtenir de nouvelles races en faisant varier systématiquement l'alimentation embryonnaire.

AGRONOMIE. — *Maturation des grains de blé. Influence de quelques phénomènes physicochimiques.* Note de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. P. Viala.

On sait que, chez les végétaux, l'amidon qui s'accumule dans les organes de réserve résulte de la condensation des sucres simples ou complexes. Duchartre, autrefois, a émis l'hypothèse, confirmée récemment par l'abbé Colin et ses élèves, que l'amylogénèse peut se faire directement et sans scission hydrolytique préalable, à partir des sucres les plus divers : saccharose (pomme de terre, colchique) maltose (*Bolbostemma panniculatum*, Franquet) saccharose et stachyose (haricot vulgaire et haricot d'Espagne).

([1]) Lucien Daniel, *Intern. Bot. Congress*, Cornell University, Ithaca, 2, 1925 p. 1024-1044.

Tout en étudiant spécialement les protéides du grain de blé en cours d'évolution, nous avons pu faire quelques constatations au sujet des sucres. Grâce à Jacques de Vilmorin, nous avons eu à notre disposition des tiges de blé (hybride Vilmorin 23) coupées au ras du sol, à la période où les grains étaient encore « en lait », c'est-à-dire quelques jours avant la maturité. Ces tiges liées en botte de 20^{cm} de diamètre étaient livrées à notre laboratoire, 6 heures après la récolte. Aussitôt après réception et prises d'échantillons, les bottes étaient mises et conservées dans une chambre froide entre — 5° et — 7°.

I. En ce qui concerne les *hydrates de carbone*, nous avons seulement suivi le devenir des sucres solubles, en fonction du temps.

Dans chaque essai on sépare d'épis différents, 50 grains bien débarrassés des enveloppes de l'épillet, on en pèse 5^{g} (environ 18 graines) qu'on broie, épuise, à trois reprises, avec de l'eau distillée refroidie aux environs de 0°. Après repos de 6 heures au froid, on centrifuge les 100^{cm^3} d'extraction et l'on concentre à 25^{cm^3}.

Avec la liqueur de Fehling dedoublée ($10^{cm^3} = 0^{g},25$ de sucre interverti), on titre d'abord les sucres réducteurs, puis, après hydrolyse chlorhydrique, les sucres non réducteurs.

Nous donnons les moyennes de trois expériences (5^{g} de graines) :

1° Prélèvement à la réception des bottes de blé : sucres réducteurs, $36^{cm^3}.27$; sucres non réducteurs, $261^{cm^3},45$ (Fehling dédoublée);

2° Après 4 jours de séjour en chambre froide : sucres réducteurs, $10^{cm^3},23$; sucres non réducteurs, $81^{cm^3},64$ (Fehling dédoublée);

3° Après encore 4 jours, les sucres réducteurs avaient presque totalement disparu, et les non réducteurs ne pouvaient être dosés avec certitude par la macroanalyse.

Un fait important a coïncidé avec cette disparition progressive des sucres : une évaporation très notable d'eau, aux dépens des tissus, se traduisant par la présence de nombreux *cristaux de glace* au niveau des épis et plus particulièrement au centre de chaque botte. Peut-on attribuer cette disparition des sucres solubles à l'activité respiratoire des cellules végétales aux basses températures, ou bien est-elle fonction de la forte déshydratation qui conditionnerait leur condensation en amidon ? Les dosages d'amidon n'ont pu être faits en nombre suffisant pour confirmer cette seconde hypothèse, d'un grand intérêt au point de vue de la biologie végétale.

II. L'étude des *protéines* a été conduite à l'aide de la méthode à l'acétone :

100^{g} de grains verts « en lait », broyés en chambre froide, sont épuisés à quatre reprises, par 100^{cm^3} d'eau distillée. Après repos de quelques heures, amenant le dépôt

de grains d'amidon et de granulations chlorophylliennes, on centrifuge les 400^{cm^3} de liqueur incolore, limpide.

Bien refroidie, on y ajoute $1^{vol},5$ d'acétone également froide et on laisse déposer à $-7°$ les gros flocons blancs grisâtres qui se forment, représentant la totalité des protéines dispersées.

Séparées par centrifugation, ces protéines sont mises en suspension dans 100^{cm^3} d'eau distillée; les albumines se dispersent, laissant insolubles les globulines qu'on isole à la centrifuge.

Une seconde précipitation acétonique (acétone à volume égal) de la solution d'albumine, suivie de centrifugation et de reprise par 50^{cm^3} d'eau, élimine encore de petites quantités de globuline. Enfin un troisième traitement achève la purification de l'albumine qui, séchée sur vide sulfurique, se présente sous l'aspect de lamelles blondes, soyeuses, complètement solubles dans l'eau en donnant une liqueur parfaitement limpide, de teinte champagne, de pouvoir rotatoire moyen : $\alpha_D = -54°$.

Les séparations ont donné pour 100^g de grains verts :

	A la réception.	Après 4 jours au froid.	Après 8 jours au froid.
Globuline	$0^g,75$	0,53	0,34
Albumine	$0^g,31$	0,22	0,18

Ces substances, non soumises à la dialyse contenaient de 5 à 11 pour 100 de matières minérales.

L'analyse élémentaire a fourni les résultats suivants, cendres déduites, pour 100 de matière séchée à 105° :

Globuline.			Albumine.		
C.	H.	N.	C.	H.	N.
47,1	8,4	12,4	45,7	7,6	9,1
47,4	8,2	12,6			9,4

Conclusion. — Ces toutes premières recherches mettent en lumière deux faits nouveaux :

1° la disparition aux basses températures, des sucres solubles coïncidant avec une active évaporation;

2° la présence, à côté de gluten déjà formé, *de deux protéines plus simples*, dispersables dans l'eau, l'une du *type globuline* insoluble dans l'eau pure, l'autre du *type albumine* soluble.

A la température du laboratoire ($t = 26$ en moyenne) l'évaporation est très rapide. En 2 jours les grains verts perdent 35 pour 100 environ d'eau, deviennent blonds, durs; en même temps les sucres solubles disparaissent et l'on ne retrouve plus que du gluten.

La maturation du blé, caractérisée par un processus général de condensation, de polymérisation des sucres (amylogénèse) et des protéines simples

(glutinogénèse) serait régie bien moins *par des réactions biologiques que par des phénomènes physicochimiques* commandés par la déshydratation plus ou moins rapide des tissus végétaux.

ZOOLOGIE. — *Le pouvoir régénérateur chez les Crevettes. Relations avec la mue et existence d'un seuil critique de différenciation du régénérat.* Note de Mme **L. Nouvel**, présentée par M. Ch. Gravier.

Au cours d'observations effectuées sur des Palémons (*Leander serratus* Penn.) élevés en captivité, mon attention a été attirée par la rapidité avec laquelle ces animaux parviennent à régénérer des pattes thoraciques amputées. C'est ainsi que, dans certains cas, des moignons comprenant seulement les deux articles basaux (coxopodite et basipodite) régénèrent totalement l'appendice après trois mues consécutives.

Afin de préciser les processus de la régénération et les relations entre la mue et le pouvoir régénérateur, j'ai maintenu en aquarium, durant les mois d'été, des *Leander* soumis à des traumatismes expérimentaux. J'ai opéré la section à des niveaux différents : il ne sera ici question que des résultats relatifs aux animaux amputés au plan d'autotomie.

Je considérerai d'abord ce quise passe chez des individus opérés immédiatement après une mue. Les phénomènes qui se produisent dans l'intervalle de temps limité par la prochaine mue (une quinzaine de jours, pour les animaux de taille moyenne) peuvent être groupés en trois périodes :

Première période. — Au bout de quelques heures, il s'est formé un caillot cicatriciel, de teinte claire, qui prend l'aspest d'une croûte brunâtre après 24 heures. Après deux jours, quelques légères voussures dessinent des taches claires sur la cicatrice. Au bout de trois jours, toute la surface cicatricielle est renflée.

Deuxième période. — Un bourgeon se forme qui se développe jusqu'à atteindre 2mm environ mais reste en apparence indivis. Cette période se termine en général au bout du neuvième jour.

Troisième période. — Les articles se dessinent et s'organisent dans le sens centripète. Durant toute cette période la croissance est infime. S'il s'agit d'un péréiopode terminé par une pince, celle-ci reste enrobée. Cette période dure jusqu'à la prochaine mue.

A cette mue, le régénérat, dont la chitine tombe également, subit une

certaine croissance et il a désormais l'allure d'une patte en miniature, qui atteindra sa longueur définitive après deux autres mues.

Considérons maintenant le cas des animaux amputés à des temps de plus en plus éloignés d'une mue :

1° L'amputation a été faite de façon que les processus de régénération aient pu avoir lieu, sans qu'il y ait mue, au moins au début de la troisième période définie plus haut. Dans ce cas, dans la courte période de croissance qui suit le rejet de l'exuvie, le bourgeon donne la miniature de la patte. En définitive, tout se passe comme plus haut, mais la troisième période a été simplement écourtée.

2° La section a été opérée de manière que la cicatrice ou le bourgeon, lors de la prochaine mue, ne soient qu'à la première ou à la deuxième phase de la régénération. Dans ce cas, la membrane qui recouvre le bourgeon ne tombe pas et le régénérat continue son évolution sans participer à la brusque croissance qui affecte toutes les parties du corps. Contrairement au cas précédent, la troisième période est allongée.

Chez le Crabe, *Carcinus mænas*, Abeloos [1] a montré que le pouvoir régénérateur des appendices se manifeste seulement un certain temps après une mue et cesse bien avant le rejet de l'exuvie. J'ai exposé plus haut que chez *Leander*, il n'y a jamais de période d'inactivité. Sans doute y a-t-il une relation entre le pouvoir régénérateur et la fréquence des mues : chez les Crabes, animaux qui muent très rarement, l'activité morphogénétique ne se manifeste que pendant la sécrétion de la nouvelle carapace ; chez les Crevettes au contraire, la persistance de l'activité régénératrice est peut-être l'indice que la sécrétion de la chitine se produit de façon continue.

Les observations que je viens de mentionner mettent en lumière un autre fait : l'existence d'un stade de différenciation du régénérat, en deçà duquel ce dernier ne participe ni à la mue, ni à la croissance qui suit ce phénomène. Je propose de désigner ce stade sous le nom de *seuil critique de différenciation*.

---

[1] *C. R. Soc. Biol.*, **112**, 1933, p. 1613.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Action des rayons infrarouges, visibles et ultraviolets sur l'alexine hémolytique (complément) et spectre d'absorption du sérum de cobaye.* Note [1] de MM. M. **Paić** et **P. Haber**, présentée par M. G. Urbain.

Dès 1910, Baroni et Jonesco-Mihaesti [2] ont signalé l'action destructive des rayons de la lampe à vapeur de mercure sur l'alexine. Depuis, leurs données ont été confirmées par de nombreux auteurs [3], lesquels attribuent l'inactivation de l'alexine uniquement à l'action des rayons ultraviolets.

Sur l'initiative de M. C. Levaditi, nous avons repris ces recherches à l'Institut Alfred Fournier, afin de préciser la nature du rayonnement actif et les transformations physicochimiques du sérum de cobaye, utilisé dans un système hémolytique.

Outre l'action du rayonnement global de la lampe à mercure [4], nous avons étudié l'action de ses rayons infrarouges, visibles et ultraviolets isolés à l'aide des filtres de Schott RG 8, GG 3 et UG 2. Le sérum de cobaye était irradié soit dans une cuve de Scheibe de 5^{mm} d'épaisseur, soit dans un tube en quartz de 7^{mm} de diamètre intérieur. L'alexine était à 15^{cm} du brûleur.

Nos recherches autorisent les conclusions suivantes :

1° L'action inhibitrice du rayonnement total est appréciable après 30 minutes d'irradiation. La destruction est complète après 10 heures.

2° Le rayonnement infrarouge entrave également l'action complémentaire du sérum. Les rayons visibles et ultraviolets agissent d'une manière analogue. L'action des rayons filtrés est relativement plus faible que celle du rayonnement total.

On pourrait penser que les phénomènes observés sont dus à l'augmenta-

---

(1) Séance du 29 janvier 1934.

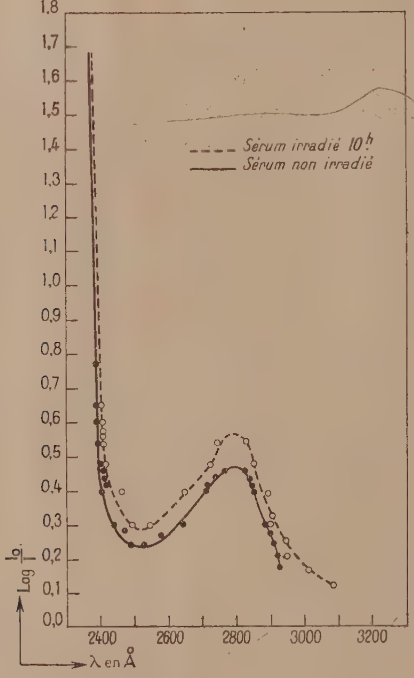
(2) Baroni et Jonesco-Mihaesti, *C. R. Soc. Biol.*, 68, 1910, p. 393; 69, p. 273.

(3) R. Doerr et J. Moldovan, *Wr. klin. Wochenschr*, 24, 1911, p. 55; S. Abelin et O. Stiner, *Ztschr. f. Immfschg.*, Orig. 19, 1913, p. 1; P. Courmont, Nogier et A. Dufour, *C. R. Soc. Biol.*, 74, 1913, p. 1152; V. Schaffidi, *Biochem. Ztschr*, 69, 1915, p. 162; E. G. Lundberg, *J. of Immun.*, 7, 1922, p. 300; F. Friedberg et V. Scimone, *Ztschr. f. Immfschg.*, Orig. 37, 1923, p. 341.

(4) Lampe de quartz à vapeur de mercure consommant 450 watts.

tion de la température pendant l'irradiation. Or, dans nos expériences, la température du sérum ne s'élevait pas plus de deux à trois degrés au-dessus de la température ambiante. D'autre part les expériences faites avec du sérum maintenu constamment à 12° ont donné les mêmes résultats.

3° La courbe en traits pleins de la figure représente la densité optique du



Spectres d'absorption dans l'ultraviolet du sérum de cobaye, dilué dans le rapport 1 : 3 avec de l'eau physiologique. Épaisseur de la couche $0^{mm},414$.

sérum de cobaye en fonction de la longueur d'onde. Le sérum était dilué avec de l'eau physiologique dans le rapport 1 : 3. Les densités optiques sont calculées pour une couche de $0^{mm},414$ d'épaisseur. La courbe présente un maximum à 2800 Å ($\log I_0/I = 0,46$) et un minimum à 2520 Å ($\log I_0/I = 0,24$). On retrouve donc les maxima aux mêmes longueurs d'onde que dans le cas du sérum humain [1]; toutefois la densité optique du sérum de cobaye est pour toutes les longueurs d'onde, d'environ 30 pour 100 plus faible.

[1] M. Paic, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 286.

4° La disparition de la fonction alexique du sérum est accompagnée d'un changement de sa couleur et d'un dégagement d'odeur fétide. Les spectres d'absorption dans l'ultraviolet du sérum frais de cobaye et du même sérum irradié pendant dix heures avec le rayonnement total sont différents (voir figure). La densité optique du sérum irradié (courbe pointillée) est plus grande que celle du sérum non irradié. On constate donc une action photochimique très marquée sur les protéines sériques.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Mise en évidence de la protoporphyrine du sang par le spectre de fluorescence de son complexe stanneux.* Note [1] de MM. **H. Bierry** et **B. Gouzon**, présentée par M. A. Desgrez.

Dans une précédente Communication [2] nous avons montré que l'examen des spectres de fluorescence, déjà employé par Dhéré pour d'autres buts, puis par nous-mêmes pour l'étude des porphyrines de l'œuf, pouvait être utilisé pour identifier le sang déposé sur du linge ou des vêtements.

A cet effet, en traitant les macérations de taches de sang par le chlorure stanneux, dans des conditions déjà précisées, on obtient avec la porphyrine mise en liberté un complexe dont le spectre de fluorescence est caractérisé par la présence de deux bandes dans le rouge.

Quelle est la nature du complexe ainsi formé ? Milroy, qui en a indiqué les temps de préparation, puis Smadja, en font un dérivé stanneux de l'hématoporphyrine.

Nous avons nous-mêmes adopté tout d'abord cette manière de voir, puis des doutes nous sont venus à l'esprit, à la suite de recherches paralèles entreprises sur les porphyrines de la coquille de l'œuf.

On sait en effet que, dans la préparation de l'hématoporphyrine, la présence d'un acide fort (SO^4H^2 ou HBr) est nécessaire pour la transformation de l'hématine en cette porphyrine.

Comment expliquer dès lors que le chlorure d'étain, en milieu faiblement acide, transformerait la protoporphyrine de l'hématine, car c'est la protoporphyrine qui, d'après Hans Fischer, entre dans la constitution du pigment sanguin, en hématoporphyrine, alors que ce même corps, agissant

---

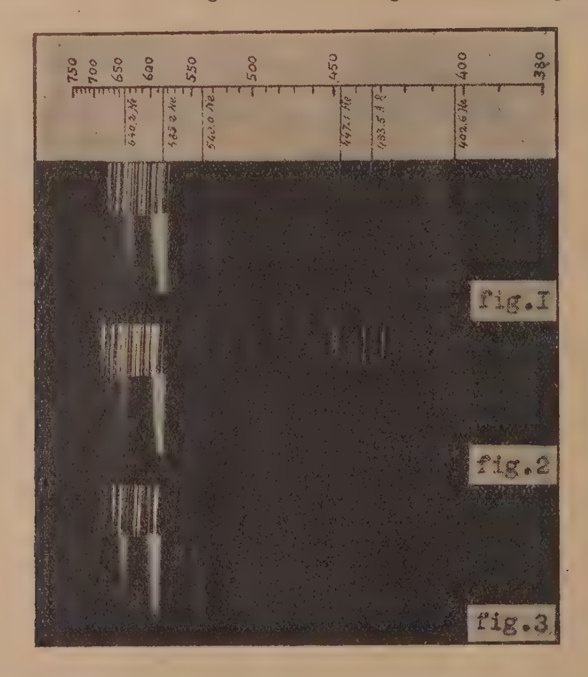
(1) Séance du 29 janvier 1934.

(2) *Bull. Acad. Méd.*, 107, 1932, p. 635.

dans les mêmes conditions d'acidité et de milieu sur la porphyrine des coquilles d'œuf, donne le dérivé stanneux de la protoporphyrine?

Nous avons donc repris l'étude du complexe stanneux en isolant, dans les divers temps de l'opération, les produits formés, afin de les identifier de façon certaine.

Mode opératoire. — Trois gouttes de sang sont mélangées en agitant



à 10^{cm^3} d'acide acétique glacial; on ajoute cinq gouttes de $SnCl^2$ à 35 pour 100 dans HCl^2N et l'on fait bouillir une minute : la coloration du liquide passe du brun au rouge verdâtre. C'est le stade Porphyrine. On dilue alors la solution avec 30^{cm^3} d'eau distillée, puis on l'épuise dans une ampoule à décantation avec 5^{cm^3} de chloroforme. La porphyrine passe dans le chloroforme : elle est donc chloroformosoluble comme la protoporphyrine, alors que l'hématoporphyrine ne l'est pas, et c'est là un premier caractère distinctif.

De plus, si l'on enregistre côte à côte les trois spectres de fluorescence de dérivés stanneux obtenus respectivement avec l'hématoporphyrine vraie, la protoporphyrine de l'œuf d'oiseau et la porphyrine extraite du sang par $SnCl^2$, des différences très nettes apparaissent. En effet les positions des deux bandes de fluorescence sont les suivantes :

Protoporphyrine vraie + Sn, Axes = 582 et 632$^{m\mu}$ (*fig.* 1),
Hématoporphyrine vraie + Sn, Axes = 576 et 626$^{m\mu}$ (*fig.* 2),
Porphyrine du sang + Sn, Axes = 582 et 632$^{m\mu}$ (*fig.* 3).

Il ressort nettement que le dernier complexe présente les caractéristiques spectrales du dérivé stanneux de la protoporphyrine et non celui de l'hématoporphyrine. C'est le repérage excellent obtenu avec le spectre du Néon qui nous a permis, grâce aux nombreuses raies qu'il présente depuis le jaune jusqu'à l'extrême rouge, cette délimitation.

Le chlorure stanneux agissant en milieu faiblement acide sur l'hématine en détache le fer et libère la porphyrine sans transformation chimique, alors qu'un acide concentré et fort, agissant dans les mêmes conditions, enlève H^2 à la protoporphyrine et la transforme en hématoporphyrine. C'est par une réaction du même genre que H. Fischer sépare la protoporphyrine de l'hémoglobine : il fait agir sur l'hématine l'acide formique en présence de fer métallique qui joue le rôle de catalyseur [1].

Conclusion. — Dans l'action du chlorure stanneux sur l'hématine et sur l'hémoglobine, prend naissance un complexe qui, par son spectre de fluorescence, peut être identifié avec certitude au dérivé stanneux de la protoporphyrine. Cette dernière est donc bien la porphyrine qui entre dans la constitution de l'hémoglobine; elle est de plus identique à celle qui se trouve dans les coquilles d'œufs tachetés ou fortement pigmentés.

GÉNÉTIQUE. — *La létalité des Souris anoures et brachyoures, statistique des embryons abortifs.* Note de M. N. **Kobozieff**, présentée par M. M. Caullery.

On connaît chez les Souris trois mutations dominantes, accompagnées d'un effet létal, qui tue les homozygotes relatifs à l'une ou l'autre de ces mutations : 1° *robe de couleur jaune*; 2° *panachure dominante*; 3° *queue raccourcie ou absente*.

Le gène de la couleur *jaune* est représenté ordinairement par le symbole A^y, celui de la panachure dominante par W et celui de la queue courte ou absente par T. On considère que chacun de ces gènes est toujours accompagné par un gène létal récessif *l*. De sorte qu'il ne se forme que deux catégories de gamètes : les uns porteurs des gènes $A^y l$, Wl, Tl et les

(1) H. Fischer et B. Pützer, *Zeitsch. f. physiol. Chem*, 154, 1926, p. 39.

autres porteurs de gènes allélomorphiques *a*L, *w*L, *t*L. Les gamètes correspondant aux deux autres combinaisons possibles de gènes (A^y L ou *al*, WL ou *wl*, TL ou *tl*), par suite de liaisons absolues entre A^y, W, T et *l* d'une part, ou entre *a*, *w*, *t* et L d'autre part, n'existent pas. Ces trois mutations ont, par suite, les traits communs suivants :

1° Les mutants croisés entre eux, au lieu de donner la ségrégation habituelle 1 : 2 : 1 donnent une descendance 2 : 1; les homozygotes dominants (TT*ll*, A^yA^y*ll*, WW*ll*) n'apparaissent pas. Les trois mutations ne se perpétuent qu'à l'état hétérozygote (T*t*L*l*, A^y*a*L*l*, W*w*L*l*). La fécondité, mesurée par le nombre moyen des individus viables par portée, s'en trouve abaissée.

2° Les mutants, croisés avec des souris normales, donnent une ségrégation du type 1 hétérozygote : 1 normale (homozygote récessif).

Ces conclusions résultent de l'ensemble des recherches de Cuénot (1905, 1908), Castle et Little (1910), Little (1911), Durham (1908, 1911), Dunn (1916), Plate (1918), pour les souris *jaunes*, de Little (1915, 1916, 1919), Dunn (1920), So et Imaï (1920) pour les souris *blanches à yeux noirs* (*panachure dominante*), de Lang (1914), Duboscq (1922), Dobrovolskaïa-Zavadskaïa et Kobozieff (1927, 1930) pour les souris *à queue courte ou absente*.

Les recherches de Kirkham (1917, 1919), Ibsen et Steigleder (1917) sur la souris *jaune*, de Dobrovolskaïa-Zavadskaïa et Kobozieff (1930), Chesley (1932), Ephrussi (1933), sur la souris *à queue courte*, ont montré, à la dissection des utérus gravides, la présence, dans les croisements entre deux hétérozygotes, de 25 pour 100 d'embryons abortifs. De Aberle (1925), chez les souris *blanches à yeux noirs*, a constaté que tous les homozygotes dominants meurent d'anémie entre le 1er et 8e jour après la naissance (action sublétale).

~~Nos statistiques se résument dans les tableaux suivants :~~

Les produits de ces croisements ont été étudiés, d'une part à la naissance, d'autre part dans les utérus gravides disséqués entre le 13e et 19e jour de la gestation. A cette période, les diverses catégories d'embryons (état normal, anourie ou brachyourie, létalité) sont facilement reconnaissables.

A titre de témoins, nous avons disséqué 23 femelles normales fécondées par des mâles normaux (N × N) et trouvé 147 embryons tous vivants, soit 6,4 par portée. Aucun des embryons ne présentait de raccourcissement de la queue.

TABLEAU I. — *Croisements de deux hétérozygotes* (Anoures × Anoures ou Brachyoures), *soit, en formules génotypiques :* T*t*L*l* × T*t*L*l*.

Formules génotypiques des descendants.	Proportions des descendants à la naissance. TT*ll*.	T*t*L*l*.	*tt*LL.	Total.	Proportions des descendants dans les utérus gravides. TT*ll* (abortifs).	T*t*L*l*.	*tt*LL.	Total.
Proportions théoriques........	0	2	1	3	1	2	1	4
Nombres observés...........	0	1145	610	$n=1755$	41	87	50	$n=178$
Nombres calculés (q)........	0	1170	585	$n=1755$	44,5	89	44,5	$n=173$
Probabilité d'écart $\pm\sqrt{\frac{q(n-q)}{n}}$...	–	±19,74	±19,74	–	±5,78	±6,67	±5,78	–
Écart observé...............	–	−2,5	+2,5	–	−3,5	−2	+5,5	–
Nombres de portées..........		424				26		
Nombres moyens d'individus viables, par portée (1)......		4,1				5,3		

TABLEAU II. — *Croisements d'un hétérozygote* (anoure) *avec un homozygote récessif* (normal), *soit en formules génotypiques :* T*t*L*l* × *tt*LL.

Formules génotypiques des descendants.	Proportions des descendants à la naissance. T*t*L*l*.	*tt*LL.	Total.	Proportions des descendants dans les utérus gravides. Embryons abortifs.	T*t*L*l*.	*tt*LL.	Total.
Proportions théoriques..........	1	1	2	0	1	1	2
Nombres observés..............	372	426	$n=798$	7 (2)	73	71	$n=151$
Nombres calculés (q)...........	399	399	$n=798$	0	75,5	75,5	$n=151$
Probabilité d'écart $\pm\sqrt{\frac{q(n-q)}{n}}$.	±15,84	±15,84			±6,41	±6,41	
Écart observé (3).............	−27	+27			−2,5	−4,5	
Nombres de portées............	157				25		
Nombres moyens d'individus viables par portée..............	5,1				5,6		

(1) L'écart entre les deux nombres 5,3 et 4,1 correspond, pour une part au moins, aux jeunes souriceaux qui n'ont pu être recensés à la naissance, étant morts par suite de circonstances indépendantes de l'hérédité (refroidissement, etc.), et, en général, ayant été immédiatement dévorés par la mère.

(2) L'existence de ces embryons abortifs n'est pas prévue par la théorie. D'autre part, il n'a pas été possible de reconnaître leur nature (anoures, brachyoures, ou normales). Étant donnée l'égalité des nombres (73 et 71) des deux autres catégories, on peut supposer que les embryons abortifs se répartissent également dans celles-ci.

(3) La prédominance des normales par rapport aux anormales (qui atteint deux fois la probabilité théorique d'écart dans les croisements anoures × normales), est due

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur les propriétés de la toxine tétanique rendue hypertoxique (Hypertoxine).* Note [1] de MM. **René Legroux** et **Gaston Ramon**, présentée par M. E. Leclainche.

Il y a dix ans l'un de nous faisait connaître, ici même, qu'une toxine bactérienne, diphtérique ou tétanique, pouvait, sous l'influence combinée du formol et de la chaleur, donner naissance à un dérivé inoffensif; c'est à ce dérivé, qui a perdu la nocivité de la toxine dont il est issu mais en a gardé le pouvoir floculant et la valeur antigène, qu'a été donné le nom d'*anatoxine* [2].

Dans la présente Note nous montrerons que la toxine tétanique peut naturellement se transformer, ou peut artificiellement être transformée, en un dérivé hautement pathogène que nous proposons de dénommer *hypertoxine*.

Au cours d'essais que nous poursuivons depuis plusieurs années sur la production de la toxine tétanique nous avons observé qu'une certaine acidité est favorable à l'élaboration par le bacille tétanique d'une toxine douée d'un pouvoir toxique élevé [3].

Nous avons donc été amenés, en premier lieu, à modifier la composition de nos bouillons par l'adjonction de substances propres à entraîner une acidité terminale du milieu, après le développement bactérien; nous avons étudié, en second lieu, les conséquences d'une addition d'acide au filtrat tétanique.

Un de nos bouillons présentait après douze jours de culture à 37° une réaction nettement acide (pH = 4,7), le filtrat de ce bouillon titrait 7 unités de floculation et tuait le cobaye à la dose de 1/500000e de centimètre cube. Par alcalinisation (pH = 7,5) cette hypertoxine, naturellement obtenue, ne tuait plus le cobaye qu'à la dose de 1/30000e de centimètre cube. Il nous a donc semblé que l'hypertoxicité était liée à l'acidification du liquide.

---

aux progéniteurs normaux n'ayant aucune parenté avec la souche mutante. Ainsi (voir *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1458) les progéniteurs A ou A_r croisés avec N_m donnent 242 A ou Br pour 242 N tandis que A ou A_r croisés avec N donnent 130 A ou Br pour 184 N.

[1] Séance du 29 janvier 1934.

[2] *Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 1338.

[3] R. Legroux et G. Ramon, *C. R. Soc. Biol.*, **113**, 1933, p. 861.

Ayant constaté que les bouillons tétaniques naturellement hypertoxiques dégageaient une odeur butyrique, c'est l'acide butyrique que nous avons d'abord choisi pour étudier les conséquences de l'acidification artificielle de la toxine tétanique.

Une toxine alcaline (pH = 7,5) qui tue le cobaye à 1/100000e de centimètre cube, est amenée à pH = 4 ou moyen d'une solution d'acide butyrique, elle tue alors le cobaye à la dose de 1/3000000e de centimètre cube. Un second échantillon de toxine tétanique, obtenue avec un milieu différent, et d'alcalinité pH = 8, tue le cobaye à la dose de 1/20000e de centimètre cube; après addition d'acide qui l'amène à pH = 4,5, la dose mortelle est de 1/200000e de centimètre cube. Une autre toxine, enfin (pH = 7,2), tue le cobaye en 4 jours à la dose de 1/120000e de centimètre cube, ramenée à l'aide d'acide butyrique à pH = 3, elle donne un dérivé hypertoxique qui tue le cobaye à la dose de 1/10000000e de centimètre cube.

Avec un acide minéral, l'acide chlorhydrique, le même phénomène se produit, cependant la toxicité d'un filtrat ainsi ramené à pH = 3,2 se trouve considérablement diminuée, et le même échantillon de toxine ramené à pH = 2 semble avoir perdu tout pouvoir toxique. Ces faits nous font envisager que dans l'action des acides sur les toxines il ne s'agit pas exclusivement de la concentration en ions H, mais aussi de la nature chimique de l'acide employé.

Ainsi sous l'influence d'un acide une toxine tétanique peut se transformer en un dérivé nouveau hypertoxique qui garde la toxicité spécifique : les animaux qui ont reçu, par exemple, 1^{cm^3} d'une dilution à 1/10000000e de centimètre cube (dans l'eau physiologique pH = 7), de l'un de nos échantillons, sont morts après avoir présenté les signes caractéristiques de l'intoxication tétanique. Une telle hypertoxine injectée à la dose de 1/50000000e de centimètre cube donne encore les contractures locales tétaniques.

La transformation de la toxine en son dérivé hypertoxique n'est pas instantanée, et elle est accélérée par un séjour de quelques heures à l'étuve à 37°. Cette transformation en hypertoxine est réversible : par alcalinisation (pH = 7) du bouillon hypertoxique (pH = 4) la toxicité s'abaisse jusqu'à celle de la toxine origine; une acidification nouvelle transforme à nouveau la toxine en hypertoxine ([1]).

([1]) Ajoutons que l'anatoxine tétanique additionnée d'acide ne fait preuve d'aucune toxicité.

En même temps que la toxine tétanique se transforme en son dérivé hypertoxique, ses autres propriétés, pouvoir floculant et pouvoir neutralisant *in vitro* comme *in vivo*, se trouvent plus ou moins affaiblies; cet affaiblissement est définitif, l'alcalinisation seconde ne régénère pas, par exemple, la portion disparue du pouvoir neutralisant.

Une même toxine tétanique peut donc être transformée artificiellement, grâce à des actions chimiques différentes en deux dérivés à propriétés opposées : l'anatoxine d'une part et l'hypertoxine d'autre part.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la transformation du virus rabique fixe en virus des rues.* Note (¹) de M. S. Nicolau et Mme L. Kopciowska, présentée par M. F. Mesnil.

Une des particularités principales conférées au virus rabique fixe par l'adaptation à l'encéphale du lapin, et qui a été mise en évidence par les travaux de Babès, de Schiffmann, de Levaditi, Nicolau et Schœn, est la perte de la propriété de provoquer la formation des corps de Negri dans la corne d'Ammon. Les expériences de Ch. Nicolle et Ét. Burnet, de Levaditi, Schœn et Mezger, sur la *transformation du virus rabique fixe en virus des rues*, ont donné des résultats négatifs et ont fait penser que la mutation qui aboutit au virus fixe est un phénomène irréversible. Nos expériences sur ce problème ont été plus heureuses que celles de nos devanciers. Nous sommes partis de quelques données établies par nos travaux antérieurs : le virus rabique des rues, introduit dans le cerveau des lapins, se disperse par voie nerveuse centrifuge (²) dans tout l'organisme et engendre le phénomène de septinévrite (³), se logeant partout où il y a un filet nerveux ou un neurone; le virus fixe, introduit par la même voie, se dissémine dans le système nerveux d'une manière plus inconstante (⁴) que le virus des rues. Si ce dernier provoque constamment la septinévrite, c'est parce que dans la nature il est entraîné à cheminer le long des nerfs (de la morsure vers le névraxe, et ensuite du névraxe vers la périphérie, ce qui rend la bave viru-

(¹) Séance du 29 janvier 1934.

(²) S. Nicolau et I. A. Galloway, *C. R. Soc. Biol.*, 98, 1928, p. 31.

(³) S. Nicolau, O. Dimancesco et I. A. Galloway, *Ann. Inst. Pasteur*, 43, 1929, p. 1-88.

(⁴) S. Nicolau et V. Serbanesco, *C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 294.

lente). Le virus fixe, entraîné à cultiver de l'encéphale, perd en partie la propriété de cheminer le long des nerfs; l'expérience montre, par l'inconstance de la septinévrite et par l'innocuité de l'inoculation cutanée ([1]), son aptitude diminuée à la dissémination nerveuse centrifuge ou centripète.

En présence de ces notions, nous avons formulé l'hypothèse suivante : l'adaptation d'un virus à un tissu spécial (encéphale) opère une sélection dans la masse des germes; comme corollaire, le nombre des germes habitués à cultiver dans les cellules encéphaliques s'enrichit dans le virus fixe, tandis que celui des éléments habitués à cheminer et à cultiver dans les troncs nerveux s'appauvrit. Les neurones du cerveau en général, ceux de la corne d'Ammon en particulier, ne peuvent pas résister à l'action des éléments habitués à cultiver dans l'encéphale (virus fixe), en sorte que les corps de Negri [qui sont une des formes de résistance de la cellule ([2])] n'apparaissent pas. Mais, si dans une souche prédominent les éléments habitués principalement à cheminer et à cultiver dans les nerfs (virus des rues), les neurones encéphaliques lutteront davantage, il y aura formation de corps de Negri, l'incubation de la maladie sera plus longue et l'animal succombera plus tard. Si cette hypothèse est juste, l'entraînement systématique d'un virus fixe sur les nerfs périphériques lui restituera, en partie au moins, la propriété de cultiver et de cheminer dans les nerfs, et en même temps la faculté de provoquer dans les neurones encéphaliques de nombreux corps de Negri, à l'exemple du virus des rues.

Pour vérifier cette prémisse, nous avons fait des expériences. Une souche de virus rabique, passée de cerveau à cerveau sur lapins depuis près de six années dans notre laboratoire, provoquait dans la corne d'Ammon l'apparition de 1 à 4 corpuscules de Negri pour 100 cellules ganglionnaires, d'ailleurs petits et peu oxyphiles. La mort des lapins survenait régulièrement en 9 à 11 jours; c'était bien une souche de virus fixe. Néanmoins, comme sa mutation n'était pas très ancienne, nous l'avons choisie pour prouver, par passage de nerf à nerf, la réversibilité de cette mutation. Nous avons inoculé ce virus dans le nerf sciatique *droit* des lapins; à la mort des animaux, des émulsions faites avec leur sciatique *gauche* servaient à inoculer, toujours dans le sciatique *droit*, d'autres animaux; à la mort de ces derniers, on prélevait à nouveau le sciatique *gauche*, et ainsi de suite. Par ailleurs, les émulsions de sciatique gauche étaient inoculées

---

([1]) C. Levaditi, S. Nicolau et R. Schoen, *Ann. Inst. Pasteur*, 40, 1926, p. 973.
([2]) S. Nicolau, L. Kopciowska et M. Mathis, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 288.

dans le cerveau de lapins de contrôle pour faire le dénombrement des corps de Negri dans la corne d'Ammon.

Deux lignées de passages ont été obtenues, avec beaucoup de peine, puisque, surtout au début de nos expériences, les passages de nerf à nerf s'arrêtaient à cause de la carence septinévritique du virus fixe. Ces expériences, échelonnées sur plus d'une année, nous permettent, d'ores et déjà, d'affirmer que la transformation du virus fixe en virus des rues est possible, si l'on en juge par le nombre et la dimension des corps de Negri, qui, dès le quatrième ou le cinquième passage de nerf à nerf, se trouvent dans la corne d'Ammon des lapins de contrôle; or nous en sommes, dans une lignée au dixième et dans l'autre au onzième passage. Dans la corne d'Ammon des lapins inoculés sous la dure-mère avec l'émulsion de sciatique *gauche* (opposé au nerf inoculé), le nombre des corps de Negri aux deuxième, troisième, quatrième et septième passages est respectivement de 11, 62, 17 et de 102 pour 100 neurones dans une lignée, et de 28, 21, 160 et 92 pour 100 neurones dans l'autre. Ajoutons encore que, dans les *ganglions spinaux* des animaux des troisième, cinquième et sixième passages de nerf à nerf, nous avons dénombré, dans une lignée, 209, 208 et 168 corps de Negri pour 100 cellules nerveuses; dans l'autre lignée, 300, et 152 pour le troisième et le quatrième passage; or, on sait que le virus fixe ne provoque pas la formation des corps de Negri à ce niveau. Nos expériences se poursuivent par des passages de nerf à nerf chez le chien; en même temps, nous essayons de transformer en virus « Negrigène » d'autres virus fixes, en particulier celui utilisé à l'Institut Pasteur pour la vaccination antirabique.

Conclusions. — *Un virus rabique fixe, passé en série de nerf à nerf, sur lapins, pendant plus d'une année, a récupéré la propriété, réputée comme caractérisant les virus rabiques des rues, de provoquer la formation des corps de Negri dans la corne d'Ammon. Ce résultat, qui sera poursuivi, donnerait à penser que la mutation d'un virus des rues en virus fixe puisse être réversible.*

La séance est levée à 15^h45^m.

E. P.